

АНО ВО «Межрегиональный открытый социальный институт»

УТВЕРЖДАЮ

Декан факультета экономико-правового и
психолого-педагогического образования

О.Е. Баланчук

Протокол заседания Совета факультета
экономико-правового и психолого-
педагогического образования

№ 9 «25» мая 2023г.



РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

по учебной дисциплине

Линейная алгебра

образовательная программа

(наименование)

38.03.02 Менеджмент.

Управление бизнесом и маркетинг

форма обучения

очно-заочная

Йошкар-Ола, 2023

СОДЕРЖАНИЕ

| | |
|---|----|
| 1. Пояснительная записка | 3 |
| 2. Структура учебной дисциплины для очно-заочной формы обучения | 4 |
| 3. Содержание учебной дисциплины..... | 5 |
| 4. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины | 9 |
| 5. Материально-техническое обеспечение учебной дисциплины | 10 |
| 6. Методические указания для обучающихся по освоению учебной дисциплины | 11 |
| Приложение к РПУД..... | 15 |

1. Пояснительная записка

Цель изучения учебной дисциплины:

Цель – обеспечение уровня математической грамотности студентов, достаточного для формирования навыков математической постановки и решения классических задач линейного программирования, моделирования процессов управления и экономики.

Место учебной дисциплины в учебном плане:

Учебная дисциплина «Линейная алгебра» относится к модулю математика учебного плана по направлению подготовки 38.03.02 Менеджмент. Управление бизнесом и маркетинг.

Перечень планируемых результатов обучения по учебной дисциплине (модулю), соотнесенных с индикаторами достижения компетенций:

| Компетенция (код и наименование) | Индикаторы компетенций (код и наименование) | Результаты обучения |
|--|--|---|
| ОПК-2: Способен осуществлять сбор, обработку и анализ данных, необходимых для решения поставленных управленческих задач, с использованием современного инструментария и интеллектуальных информационно-аналитических систем | ОПК-2.1: Собирает и обрабатывает данные, необходимые для решения поставленных управленческих задач, в том числе с использованием математического инструментария | Знать: основные понятия и инструменты линейной алгебры; способы осуществления сбора и обработки данных, необходимых для решения поставленных управленческих задач. Уметь: собирать и обрабатывать данные, необходимые для решения поставленных управленческих задач, в том числе с использованием инструментов линейной алгебры. Владеть: методами сбора и обработки данных, необходимых для решения поставленных управленческих задач, в том числе с использованием инструментов линейной алгебры. |
| | ОПК-2.2: Анализирует данные, необходимые для решения поставленных управленческих задач, и оценивает результаты проведенного анализа | Знать: способы осуществления анализа данных, необходимых для решения поставленных управленческих задач; систему линейных уравнений. Уметь: анализировать и решать системы линейных уравнений. Владеть: общим методом решения системы линейных уравнений. |

Формы текущего контроля успеваемости обучающихся: устный опрос, практические задания, контрольная работа.

Форма промежуточной аттестации: зачет с оценкой.

2. Структура учебной дисциплины для очно-заочной формы обучения

Общая трудоёмкость учебной дисциплины составляет 5 з.е., 144 ч., в том числе контактная работа обучающихся с преподавателем 48 ч., самостоятельная работа обучающихся 96 ч., 2 семестр.

| № п/п | Раздел учебной дисциплины/темы | Всего | Виды учебной работы (в часах) | | | | |
|----------|---|------------|----------------------------------|---|----------------------|--------------------------|------------------------|
| | | | Контактная | | | Промежуточная аттестация | Самостоятельная работа |
| | | | Лекции | Семинар/ Практические занятия/курсовая работа | Лабораторные занятия | | |
| 1. | Тема 1. Системы линейных уравнений. Метод Гаусса | 16 | 2 | 2 | - | - | 12 |
| 2. | Тема 2. Матрицы. Операции над матрицами | 16 | 2 | 2 | - | - | 12 |
| 3. | Тема 3. Определитель матрицы. Миноры | 18 | 2 | 4 | - | - | 12 |
| 4. | Тема 4. Обратные матрицы. Метод Крамера | 18 | 2 | 4 | - | - | 12 |
| 5. | Тема 5. Ранг матрицы | 20 | 4 | 4 | - | - | 12 |
| 6. | Тема 6. Общий метод решения системы линейных уравнений | 20 | 4 | 4 | - | - | 12 |
| 7. | Тема 7. Комплексные числа и многочлены | 18 | 2 | 4 | - | - | 12 |
| 8. | Тема 8. Квадратичные формы | 18 | 2 | 4 | - | - | 12 |
| | Зачет с оценкой | - | - | - | - | - | - |
| | итого: | 144 | 20 | 28 | - | - | 96 |

3. Содержание учебной дисциплины

| № | Наименование раздела учебной дисциплины /темы | Содержание |
|---|---|---|
| 1 | Тема 1. Системы линейных уравнений. Метод Гаусса | <p>Перечень вопросов, выносимых на лекционное занятие</p> <p>Системы линейных уравнений: определение, примеры. Свойства систем уравнений: совместность, несовместность, определенность, неопределенность. Частные и общее решения. Эквивалентность систем, элементарные преобразования, сохраняющие эквивалентность систем. Метод исключения неизвестных (метод Гаусса).</p> |
| | | <p>Перечень вопросов, выносимых на семинар/практическое занятие</p> <p>Системы линейных уравнений 2, 3, n-го порядка. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений. 3 типа систем линейных уравнений. Пример постановки задачи. Сведение текстовой задачи к системам линейных уравнений 3 типов.</p> |
| | | <p>Перечень вопросов, выносимых на самостоятельное изучение, с указанием вида самостоятельной работы</p> <p>1. Подготовка к аудиторным занятиям: Частные и общее решения. Метод исключения неизвестных (метод Гаусса).</p> |
| 2 | Тема 2. Матрицы. Операции над матрицами | <p>Перечень вопросов, выносимых на лекционное занятие</p> <p>Матрицы. Определение, примеры. Операции над матрицами, особенности алгебры матриц. Матричный полином. Основные свойства операций над матрицами. Некоммутативность умножения матриц. Транспонирование матриц.</p> |
| | | <p>Перечень вопросов, выносимых на семинар/практическое занятие</p> <p>Алгоритм приведения матрицы к ступенчатому виду. Матрицы. Операции над матрицами. Правила умножения матриц. Матричный полином. Транспонирование матриц.</p> |
| | | <p>Перечень вопросов, выносимых на самостоятельное изучение, с указанием вида самостоятельной работы</p> <p>1. Подготовка к аудиторным занятиям: Основные свойства операций над матрицами. Некоммутативность умножения матриц. Транспонирование матриц. 2. Подготовка к контрольной работе.</p> |
| 3 | Тема 3. Определитель матрицы. Миноры | <p>Перечень вопросов, выносимых на лекционное занятие</p> <p>Определители квадратных матриц: определение и основные свойства. Определитель матрицы 2, 3-го порядка. Правило</p> |

| | | |
|---|---|--|
| | | <p>«треугольников» (правило Звезды). Перестановки. Общая формула для вычисления определителей n-го порядка. Миноры и алгебраические дополнения. Теорема Лапласа.</p> |
| | | <p>Перечень вопросов, выносимых на семинар/практическое занятие Свойства умножения матриц. Примеры отсутствия коммутативности умножения матриц. Определитель матрицы 2, 3, n-го порядка. Правило «треугольников» (правило Звезды). Миноры, Теорема Лапласа. Нахождение Присоединенной матрицы.</p> |
| | | <p>Перечень вопросов, выносимых на самостоятельное изучение, с указанием вида самостоятельной работы 1. Подготовка к аудиторным занятиям: Перестановки. Общая формула для вычисления определителей n-го порядка. Миноры и алгебраические дополнения. Теорема Лапласа. 2. Подготовка к контрольной работе.</p> |
| 4 | Тема 4. Обратные матрицы. Метод Крамера | <p>Перечень вопросов, выносимых на лекционное занятие Обратные матрицы. Единственность Обратной матрицы. Свойства Обратной матрицы. Нахождение присоединенной матрицы. Алгоритм построения Обратной матрицы. Решение систем линейных уравнений методом Обратной матрицы. Метод Крамера.</p> |
| | | <p>Перечень вопросов, выносимых на семинар/практическое занятие Вычисление Алгебраических дополнений. Построение Присоединенной матрицы, Обратной матрицы. Решение систем линейных уравнений методом Обратной матрицы. Правило Крамера. Решение систем линейных уравнений методом Обратной матрицы. Решение систем линейных уравнений методом Крамера. Решение Матричных уравнений.</p> |
| | | <p>Перечень вопросов, выносимых на самостоятельное изучение, с указанием вида самостоятельной работы 1. Подготовка к аудиторным занятиям: Нахождение присоединенной матрицы. Алгоритм построения Обратной матрицы. Решение систем линейных уравнений методом Обратной матрицы. Метод Крамера. 2. Подготовка к контрольной работе.</p> |
| 5 | Тема 5. Ранг матрицы | Перечень вопросов, выносимых на лекционное |

| | | |
|---|--|---|
| | | <p>занятие Ранг матрицы. Базисный минор матрицы. Теорема о ранге матрицы и ее следствия. Нахождение ранга ступенчатой матрицы. Нахождение ранга расширенной матрицы системы линейных уравнений. Теорема Кронекера-Капелли.</p> <p>Перечень вопросов, выносимых на семинар/практическое занятие Решение матричных уравнений. Нахождение ранга ступенчатой матрицы. Теорема Кронекера - Капелли. Нахождение ранга расширенной матрицы системы линейных уравнений.</p> <p>Перечень вопросов, выносимых на самостоятельное изучение, с указанием вида самостоятельной работы 1. Подготовка к аудиторным занятиям: Нахождение ранга ступенчатой матрицы. Нахождение ранга расширенной матрицы системы линейных уравнений. Теорема Кронекера-Капелли. 2. Подготовка к контрольной работе.</p> |
| 6 | Тема 6. Общий метод решения системы линейных уравнений | <p>Перечень вопросов, выносимых на лекционное занятие Однородные и неоднородные системы линейных уравнений. Исследование систем линейных уравнений. Решение неопределенных систем линейных уравнений. Базисные и свободные неизвестные. Свойства множеств решений однородных и неоднородных систем. Структура общего решения неоднородной системы.</p> <p>Перечень вопросов, выносимых на семинар/практическое занятие Исследование совместности систем линейных уравнений. Нахождение общего решения системы линейных уравнений. Нахождение частного решения системы линейных уравнений.</p> <p>Перечень вопросов, выносимых на самостоятельное изучение, с указанием вида самостоятельной работы 1. Подготовка к аудиторным занятиям: Базисные и свободные неизвестные. Свойства множеств решений однородных и неоднородных систем. Структура общего решения неоднородной системы. 2. Подготовка к контрольной работе.</p> |
| 7 | Тема 7. Комплексные числа и многочлены | <p>Перечень вопросов, выносимых на лекционное занятие Комплексные числа и многочлены. Алгебра комплексных чисел.</p> |

| | | |
|---|----------------------------|---|
| | | <p>Алгебраическая форма комплексных чисел. Тригонометрическая форма комплексных чисел. Показательная форма комплексных чисел. Сложение и умножение комплексных чисел. Вычитание и деление комплексных чисел. Формула Муавра. Основная теорема Алгебры.</p> <p>Перечень вопросов, выносимых на семинар/практическое занятие Понятие комплексного числа. Алгебраическая, тригонометрическая, показательная формы комплексного числа. Операции над комплексными числами.</p> <p>Перечень вопросов, выносимых на самостоятельное изучение, с указанием вида самостоятельной работы 1. Подготовка к аудиторным занятиям: Сложение и умножение комплексных чисел. Вычитание и деление комплексных чисел. Формула Муавра. Основная теорема Алгебры. 2. Подготовка к контрольной работе.</p> |
| 8 | Тема 8. Квадратичные формы | <p>Перечень вопросов, выносимых на лекционное занятие Понятие квадратичной формы. Примеры. Матрично-векторный вид квадратичной формы. Канонический вид квадратичной формы. Положительно и отрицательно определенные квадратичные формы. Критерий Сильвестра.</p> <p>Перечень вопросов, выносимых на семинар/практическое занятие Операции над комплексными числами. Нахождение матрично-векторного вида квадратичной формы. Положительная и отрицательная определенность квадратичных форм. Критерий Сильвестра.</p> <p>Перечень вопросов, выносимых на самостоятельное изучение, с указанием вида самостоятельной работы 1. Подготовка к аудиторным занятиям: Канонический вид квадратичной формы. Положительно и отрицательно определенные квадратичные формы. Критерий Сильвестра. 2. Подготовка к контрольной работе.</p> |

Распределение трудоемкости СРС при изучении учебной дисциплины

| Вид самостоятельной работы | Трудоемкость (час) |
|--|--------------------|
| Подготовка к зачету с оценкой | 24 |
| Проработка конспекта лекций | 16 |
| Подготовка к практическим (семинарским) занятиям | 18 |
| Проработка учебного материала | 23 |
| Подготовка к контрольной работе | 15 |

4. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

Основная литература

1. Туганбаев, А. А. Высшая математика: основы линейной алгебры. Теория и задачи : учебник : [16+] / А. А. Туганбаев. – Москва : ФЛИНТА, 2019. – 186 с. : ил. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=611207> (ЭБС «Университетская библиотека онлайн»).

2. Иванова, С. А. Линейная алгебра : учебное пособие : [16+] / С. А. Иванова, В. А. Павский ; Кемеровский государственный университет. – 2-е изд., перераб. и доп. – Кемерово : Кемеровский государственный университет, 2019. – 125 с. : ил., табл. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=573547> (ЭБС «Университетская библиотека онлайн»).

Дополнительная литература

1. Линейная алгебра : учебно-методическое пособие : [16+] / авт.-сост. С. А. Осипенко. – Москва ; Берлин : Директ-Медиа, 2020. – 123 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=598681> (ЭБС «Университетская библиотека онлайн»).

2. Туганбаев, А. А. Линейная алгебра : учебное пособие / А. А. Туганбаев. – 2-е изд., стер. – Москва : ФЛИНТА, 2017. – 75 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=11514> (ЭБС «Университетская библиотека онлайн»).

3. Чувенков, А. Ф. Математика : учебное пособие : [16+] / А. Ф. Чувенков, Л. В. Сахарова, М. Б. Стрюков ; Ростовский государственный экономический университет (РИНХ). – Ростов-на-Дону : Издательско-полиграфический комплекс РГЭУ (РИНХ), 2019. – Часть 1. Линейная алгебра. – 62 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=567634> (ЭБС «Университетская библиотека онлайн»).

4. Абдрахманов, В. Г. Высшая математика: линейная алгебра и аналитическая геометрия : учебное пособие : [16+] / В. Г. Абдрахманов. – Москва : ФЛИНТА, 2019. – 179 с. : ил. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=607459> (ЭБС «Университетская библиотека онлайн»).

5. Даутов, Р. З. Основы численных методов линейной алгебры : учебное пособие : [16+] / Р. З. Даутов, М. М. Карчевский ; науч. ред. М. Ф. Павлова ; Казанский (Приволжский) федеральный университет. – Казань : Казанский федеральный университет (КФУ), 2018. – 136 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=682403> (ЭБС «Университетская библиотека онлайн»).

6. Элементы линейной алгебры : учебное пособие : [16+] / Т. А. Гулай, А. Ф. Долгополова, В. А. Жукова [и др.]. – Ставрополь : Сервисшкола, 2017. – 89 с. : ил. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=485076> (ЭБС «Университетская библиотека онлайн»).

5. Материально-техническое обеспечение учебной дисциплины

Материально-техническую базу для проведения лекционных и практических занятий по учебной дисциплине составляют:

| Наименование специальных* помещений и помещений для самостоятельной работы | Оснащенность специальных помещений и помещений для самостоятельной работы | Перечень лицензионного программного обеспечения. Реквизиты подтверждающего документа |
|---|---|--|
| Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, курсового проектирования, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, 424007, Республика Марий Эл, г. Йошкар-Ола, ул. Прохорова, д.28, каб. № 207. | Основное учебное оборудование: специализированная мебель (учебные парты, стулья, стол преподавателя, учебная доска). Технические средства обучения: переносной ноутбук, мультимедийный проектор, экран. | СПС «Консультант Плюс», СПС «Гарант» (договор о сотрудничестве от 23.09.2013 г. с ЗАО «Компьютерные технологии» (ПС Гарант)), регистрационный лист зарегистрированного пользователя ЭПС «Система ГАРАНТ» от 16.02.2012 г. №12-40272-000944; договоры с ООО «КонсультантПлюс Марий Эл» №2017-СВ-4 от 28.12.2016 г., Windows 10 Education, Windows 8, Windows 7 Professional (Microsoft Open License), Office Standart 2007, 2010 (Microsoft Open License), Office Professional Plus 2016 (Microsoft Open License), Kaspersky Endpoint Security (Лицензия №17E0-171117-092646-487-711, договор №Tr000171440 от 17.07.2017 г.). |
| Помещение для самостоятельной работы, 424007, Республика Марий Эл, г. Йошкар-Ола, ул. Прохорова, д.28, каб. № 302. | Основное учебное оборудование: специализированная мебель (учебные парты, стулья, стол преподавателя, учебная доска). Технические средства обучения: автоматизированные рабочие места, с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационную образовательную среду организации. | СПС «Консультант Плюс», СПС «Гарант» (договор о сотрудничестве от 23.09.2013 г. с ЗАО «Компьютерные технологии» (ПС Гарант)), регистрационный лист зарегистрированного пользователя ЭПС «Система ГАРАНТ» от 16.02.2012 г. №12-40272-000944; договоры с ООО «КонсультантПлюс Марий Эл» №2017-СВ-4 от 28.12.2016 г. Windows 7 Professional (Microsoft Open License). Sys Ctr Endpoint Protection ALNG Subscriptions VL OLVS E 1Month AcademicEdition Enterprise Per User (Сублиц. договор № Tr000171440 17.07.2017). Office Prosessional 2010 (Microsoft Open License). Архиватор 7-zip (GNU LGPL). Adobe Acrobat Reader DC (Бесплатное ПО). Adobe Flash Player (Бесплатное ПО). |

6. Методические указания для обучающихся по освоению учебной дисциплины

Методические указания для обучающихся с целью подготовки к лекционным занятиям

В ходе лекций преподаватель излагает и разъясняет основные, наиболее сложные для понимания темы, а также связанные с ней теоретические и практические проблемы, дает рекомендации на семинарское занятие и указания на самостоятельную работу.

В ходе лекционных занятий необходимо:

– вести конспектирование учебного материала, обращать внимание на категории, формулировки, раскрывающие содержание тех или иных явлений и процессов, научные выводы и практические рекомендации.

– желательно оставлять в рабочих конспектах поля, на которых делать пометки из рекомендованной литературы, дополняющие материал прослушанной лекции, а также подчеркивающие особую важность тех или иных теоретических положений.

– задавать преподавателю уточняющие вопросы с целью уяснения теоретических положений, разрешения спорных ситуаций;

– дорабатывать конспект лекции, делая в нем соответствующие записи из литературы, рекомендованной преподавателем и предусмотренной учебной программой – в ходе подготовки к семинарам изучить основную литературу, ознакомиться с дополнительной литературой, новыми публикациями в периодических изданиях журналах, газетах и т.д. При этом учесть рекомендации преподавателя и требования учебной программы.

Методические указания для подготовки к практическим (семинарским) занятиям

Начиная подготовку к семинарскому занятию, необходимо обратить внимание на конспект лекций, разделы учебников и учебных пособий, которые способствуют общему представлению о месте и значении темы в изучаемом курсе. Затем следует поработать с дополнительной литературой, сделать записи по рекомендованным источникам. Подготовка к семинарскому занятию включает 2 этапа:

- 1й этап - организационный;
- 2й этап - закрепление и углубление теоретических знаний.

На первом этапе обучающийся планирует свою самостоятельную работу, которая включает:

- уяснение задания, выданного на самостоятельную работу;
- подбор рекомендованной литературы;
- составление плана работы, в котором определяются основные пункты предстоящей подготовки.

Составление плана дисциплинирует и повышает организованность в работе.

Второй этап включает непосредственную подготовку обучающегося к занятию. Начинать надо с изучения рекомендованной литературы. Необходимо помнить, что на лекции обычно рассматривается не весь материал, а только его часть. Остальная её часть восполняется в процессе самостоятельной работы. В связи с этим работа с рекомендованной литературой обязательна. Особое внимание при этом необходимо обратить на содержание основных положений и выводов, объяснение явлений и фактов, уяснение практического применения рассматриваемых теоретических вопросов. В процессе этой работы обучающийся должен стремиться понять и запомнить основные положения рассматриваемого материала, примеры, поясняющие его, а также разобраться в иллюстративном материале. Заканчивать подготовку следует составлением плана (конспекта) по изучаемому материалу (вопросу). Это позволяет составить концентрированное, сжатое представление по изучаемым вопросам. В процессе подготовки к занятиям рекомендуется взаимное обсуждение материала, во время которого закрепляются знания, а также приобретается практика в изложении и разъяснении

полученных знаний, развивается речь. При необходимости следует обращаться за консультацией к преподавателю. Готовясь к консультации, необходимо хорошо продумать вопросы, которые требуют разъяснения.

Ввиду трудоемкости подготовки к семинару следует продумать алгоритм действий, еще раз внимательно прочитать записи лекций и уже готовый конспект по теме семинара, тщательно продумать свое устное выступление.

Записи имеют первостепенное значение для подготовки к семинарским работы обучающихся. Они помогают понять построение изучаемого материала, выделить основные положения и проследить их логику. Ведение записей способствует превращению чтения в активный процесс, мобилизует, наряду со зрительной, и моторную память. Следует помнить: у обучающегося, систематически ведущего записи, создается свой индивидуальный фонд подсобных материалов для быстрого повторения прочитанного, для мобилизации накопленных знаний. Особенно важны и полезны записи тогда, когда в них находят отражение мысли, возникшие при самостоятельной работе. Важно развивать умение сопоставлять источники, продумывать изучаемый материал.

Большое значение имеет совершенствование навыков конспектирования. Преподаватель может рекомендовать обучающимся следующие основные формы записи: план (простой и развернутый), выписки, тезисы.

Результаты конспектирования могут быть представлены в различных формах.

План - это схема прочитанного материала, краткий (или подробный) перечень вопросов, отражающих структуру и последовательность материала. Подробно составленный план вполне заменяет конспект.

Конспект - это систематизированное, логичное изложение материала источника. Различаются четыре типа конспектов.

План-конспект - это развернутый детализированный план, в котором достаточно подробные записи приводятся по тем пунктам плана, которые нуждаются в пояснении.

Текстуальный конспект – это воспроизведение наиболее важных положений и фактов источника.

Свободный конспект - это четко и кратко сформулированные (изложенные) основные положения в результате глубокого осмысливания материала. В нем могут присутствовать выписки, цитаты, тезисы; часть материала может быть представлена планом.

Тематический конспект составляется на основе изучения ряда источников и дает более или менее исчерпывающий ответ по какой-то схеме (вопросу).

На семинаре каждый его участник должен быть готовым к выступлению по всем поставленным в плане вопросам, проявлять максимальную активность при их рассмотрении. Выступление должно строиться свободно, убедительно и аргументировано. Необходимо следить, чтобы выступление не сводилось к репродуктивному уровню (простому воспроизведению текста), не допускать и простое чтение конспекта. Необходимо, чтобы выступающий проявлял собственное отношение к тому, о чем он говорит, высказывал свое личное мнение, понимание, обосновывал его и мог сделать правильные выводы из сказанного.

Выступления других обучающихся необходимо внимательно и критически слушать, подмечать особенное в суждениях обучающихся, улавливать недостатки и ошибки. При этом обратить внимание на то, что еще не было сказано, или поддержать и развить интересную мысль, высказанную выступающим. Изучение обучающимися фактического материала по теме практического занятия должно осуществляться заблаговременно. Под фактическим материалом следует понимать специальную литературу по теме занятия, систему нормативных правовых актов, а также арбитражную практику по рассматриваемым проблемам. Особое внимание следует обратить на дискуссионные теоретические вопросы в системе изучаемого вопроса: изучить различные точки зрения ведущих ученых, обозначить противоречия современного законодательства.

Для систематизации основных положений по теме занятия рекомендуется составление конспектов.

При этом следует обратить внимание на:

- составление списка нормативных правовых актов и учебной и научной литературы по изучаемой теме;
- изучение и анализ выбранных источников;
- изучение и анализ арбитражной практики по данной теме, представленной в информационно - справочных правовых электронных системах и др.;
- выполнение предусмотренных программой заданий в соответствии с тематическим планом;
- выделение наиболее сложных и проблемных вопросов по изучаемой теме, получение разъяснений и рекомендаций по данным вопросам с преподавателями кафедры на консультациях;
- проведение самоконтроля путем ответов на вопросы текущего контроля знаний, решения представленных в учебно-методических материалах кафедры задач, тестов, написания рефератов и эссе по отдельным вопросам изучаемой темы.

Семинарские занятия завершают изучение наиболее важных тем учебной дисциплины. Они служат для закрепления изученного материала, развития умений и навыков подготовки докладов, сообщений, приобретения опыта устных публичных выступлений, ведения дискуссии, аргументации и защиты выдвигаемых положений, а также для контроля преподавателем степени подготовленности обучающихся по изучаемой дисциплине.

Методические указания для обучающихся по освоению учебной дисциплины в ходе самостоятельной работы

Методика организации самостоятельной работы обучающихся зависит от структуры, характера и особенностей изучаемой дисциплины, объема часов на ее изучение, вида заданий для самостоятельной работы обучающихся, индивидуальных особенностей обучающихся и условий учебной деятельности.

При этом преподаватель назначает обучающимся варианты выполнения самостоятельной работы, осуществляет систематический контроль выполнения обучающимися графика самостоятельной работы, проводит анализ и дает оценку выполненной работы.

Своевременное и качественное выполнение самостоятельной работы базируется на соблюдении настоящих рекомендаций и изучении рекомендованной литературы. Обучающийся может дополнить список использованной литературы современными источниками, не представленными в списке рекомендованной литературы, и в дальнейшем использовать собственные подготовленные учебные материалы при написании контрольных (РГР), курсовых и выпускных квалификационных работ.

Самостоятельная работа обучающихся осуществляется в аудиторной и внеаудиторной формах. Самостоятельная работа обучающихся в аудиторное время может включать:

- конспектирование (составление тезисов) лекций, выполнение контрольных работ;
- решение задач;
- работу со справочной и методической литературой;
- работу с нормативными правовыми актами;
- выступления с докладами, сообщениями на семинарских занятиях;
- защиту выполненных работ;
- участие в оперативном (текущем) опросе по отдельным темам изучаемой дисциплины;
- участие в беседах, деловых (ролевых) играх, дискуссиях, круглых столах, конференциях;

- участие в тестировании и др.

Самостоятельная работа обучающихся во внеаудиторное время может состоять из:

- повторение лекционного материала;
- подготовки к семинарам (практическим занятиям);
- изучения учебной и научной литературы;
- изучения нормативных правовых актов (в т.ч. в электронных базах данных);
- решения задач, выданных на практических занятиях;
- подготовки к контрольным работам, тестированию и т.д.;
- подготовки к семинарам устных докладов (сообщений);
- подготовки рефератов, эссе и иных индивидуальных письменных работ по заданию преподавателя;
- выполнения курсовых работ, предусмотренных учебным планом;
- выделение наиболее сложных и проблемных вопросов по изучаемой теме, получение разъяснений и рекомендаций по данным вопросам с преподавателями кафедры на их еженедельных консультациях;
- проведение самоконтроля путем ответов на вопросы текущего контроля знаний, решения представленных в учебно-методических материалах кафедры задач, тестов;
- написания рефератов и эссе по отдельным вопросам изучаемой темы.
- подготовки к семинарам устных докладов (сообщений);
- подготовки рефератов, эссе и иных индивидуальных письменных работ по заданию преподавателя;
- выполнения курсовых работ, предусмотренных учебным планом;
- выполнения выпускных квалификационных работ и др.

АНО ВО «Межрегиональный открытый социальный институт»

**Фонд оценочных средств
для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации**

| | |
|---------------------------|---|
| по дисциплине | Линейная алгебра |
| | (наименование) |
| образовательная программа | 38.03.02 Менеджмент. Управление бизнесом и маркетинг |

СОДЕРЖАНИЕ

1. Перечень планируемых результатов обучения по учебной дисциплине, соотнесенных с индикаторами достижения компетенций. Описание показателей оценивания компетенций
17
2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности в процессе освоения образовательной программы, критерии оценивания19
3. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.....37

1. Перечень планируемых результатов обучения по учебной дисциплине, соотнесенных с индикаторами достижения компетенций. Описание показателей оценивания компетенций

В процессе освоения образовательной программы обучающиеся осваивают компетенции указанные в федеральных государственных образовательных стандартах высшего образования, сопоставленные с видами деятельности. Освоение компетенций происходит поэтапно через последовательное изучение учебных дисциплин, практик, подготовки ВКР и других видов работ, предусмотренных учебным планом АНО ВО МОСИ.

| № п/п | Планируемые результаты освоения программы (код и содержание компетенции) | Индикаторы достижения компетенций | Планируемые результаты обучения по дисциплине | Оценочные средства представления в ФОС |
|-------|--|--|--|---|
| 1 | ОПК-2: Способен осуществлять сбор, обработку и анализ данных, необходимых для решения поставленных управленческих задач, с использованием современного инструментария и интеллектуальных информационно-аналитических систем | ОПК-2.1: Собирает и обрабатывает данные, необходимые для решения поставленных управленческих задач, в том числе с использованием математического инструментария | Знать: основные понятия и инструменты линейной алгебры; способы осуществления сбора и обработки данных, необходимых для решения поставленных управленческих задач. Уметь: собирать и обрабатывать данные, необходимые для решения поставленных управленческих задач, в том числе с использованием инструментов линейной алгебры. Владеть: методами сбора и обработки данных, необходимых для решения поставленных управленческих задач, в том числе с использованием инструментов линейной алгебры. | Вопросы для устного опроса Практические задания Контрольная работа Перечень теоретических вопросов, тестовых и практических заданий к зачету с оценкой |

| | | | | |
|--|--|--|--|---|
| | | <p>ОПК-2.2: Анализирует данные, необходимые для решения поставленных управленческих задач, и оценивает результаты проведенного анализа</p> | <p>Знать: способы осуществления анализа данных, необходимых для решения поставленных управленческих задач; систему линейных уравнений. Уметь: анализировать и решать системы линейных уравнений. Владеть: общим методом решения системы линейных уравнений.</p> | <p>Вопросы для устного опроса Практические задания Контрольная работа Перечень теоретических вопросов, тестовых и практических заданий к зачету с оценкой</p> |
|--|--|--|--|---|

2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности в процессе освоения образовательной программы, критерии оценивания

Текущая аттестация по дисциплине «Линейная алгебра»

Обучающиеся по направлению подготовки 38.03.02 Менеджмент. Управление бизнесом и маркетинг проходят текущую аттестацию в 1 и 2 семестрах.

Оценочные средства текущего контроля:

- устный опрос;
- практические задания;
- контрольная работа.

Основные виды оценочных средств по темам представлены в таблице

| № п\п | Контролируемые разделы (темы) дисциплины | Код контролируемой компетенции/ Индикаторы достижения компетенций | Наименование оценочного средства |
|--------------|---|--|--|
| 1. | Тема 1. Системы линейных уравнений. Метод Гаусса | ОПК-2.1, ОПК-2.2 | Вопросы для устного опроса Практические задания |
| 2. | Тема 2. Матрицы. Операции над матрицами | ОПК-2.1, ОПК-2.2 | Вопросы для устного опроса Практические задания Контрольная работа |
| 3. | Тема 3. Определитель матрицы. Миноры | ОПК-2.1, ОПК-2.2 | Вопросы для устного опроса Практические задания Контрольная работа |
| 4. | Тема 4. Обратные матрицы. Метод Крамера | ОПК-2.1, ОПК-2.2 | Вопросы для устного опроса Практические задания Контрольная работа |
| 5. | Тема 5. Ранг матрицы | ОПК-2.1, ОПК-2.2 | Вопросы для устного опроса Практические задания Контрольная работа |
| 6. | Тема 6. Общий метод решения системы линейных уравнений | ОПК-2.1, ОПК-2.2 | Вопросы для устного опроса Практические задания Контрольная работа |
| 7. | Тема 7. Комплексные числа и многочлены | ОПК-2.1, ОПК-2.2 | Вопросы для устного опроса |

| | | | |
|----|-----------------------------------|------------------|--|
| | | | Практические задания Контрольная работа |
| 8. | Тема 8. Квадратичные формы | ОПК-2.1, ОПК-2.2 | Вопросы для устного опроса Практические задания Контрольная работа |

Вопросы для устного опроса

1. Исследование систем линейных уравнений.
2. Скалярные и векторные величины. Модуль и направление вектора. Проекция вектора на ось.
3. Векторы. Сложение и вычитание векторов.
4. Действия над матрицами. Обратная матрица. Ранг матрицы. Свойства ранга.
5. Определители второго и третьего порядка. Определение и вычисление.
6. Свойства определителей на примере определителей третьего порядка.
7. Разложение определителя по элементам строки или столбца. Вычисление определителя четвертого порядка.
8. Скалярное произведение двух векторов. Определение и его свойства. Приложения скалярного произведения.
9. Векторное произведение двух векторов. Определение и его свойства.
10. Ранг матрицы. Свойства ранга.
11. Теорема Кронекера-Капелли.
12. Векторное произведение векторов в координатной форме. Приложения векторного произведения.
13. Смешанное произведение трех векторов. Определение и свойства. Смешанное произведение трех векторов в координатной форме. Приложения смешанного произведения.
14. Общее уравнение прямой на плоскости.
15. Уравнение прямой с угловым коэффициентом.
16. Уравнение прямой, проходящей через данную точку плоскости, в данном направлении. Пучок прямых.
17. Уравнение прямой, проходящей через две данные точки плоскости.
18. Уравнение прямой в отрезках. Нормальное уравнение прямой. Расстояние от точки до прямой на плоскости.
19. Расстояние между точками на плоскости.
20. Уравнения окружности.
21. Определение и каноническое уравнение эллипса.
22. Определение и каноническое уравнение гиперболы.
23. Определение и каноническое уравнение параболы.
24. Модель Леонтьева многоотраслевой экономики (балансовый анализ).
25. n -мерный вектор и векторное пространство.
26. Размерность и базис векторного пространства.
27. Переход к новому базису.
28. Линейные операторы.
29. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора.
30. Квадратичные формы.
31. Линейная модель обмена.

32. Комплексные числа: определение, изображение на плоскости. Модуль и аргумент комплексного числа.
33. Действия над комплексными числами.
34. Арифметическая, тригонометрическая и показательная формы комплексного числа.
35. Формула Муавра.

Средство оценивания: устный опрос

Шкала оценивания:

– оценка «отлично» выставляется, если обучающийся не только глубоко и прочно усвоил весь программный материал, но и проявил знания, выходящие за его пределы, почерпнутые из дополнительных источников (учебная литература, научно-популярная литература, научные статьи и монографии, сборники научных трудов и интернет-ресурсы и т. п.); умеет самостоятельно обобщать программный материал, не допуская ошибок, проанализировать его с точки зрения различных школ и взглядов; увязывает знания с практикой; приводит примеры, демонстрирующие глубокое понимание материала или проблемы;

– оценка «хорошо» выставляется, если обучающийся твердо знает программный материал, грамотно и последовательно его излагает, увязывает с практикой, не допуская существенных неточностей в ответе на вопросы;

– оценка «удовлетворительно» выставляется, если обучающийся усвоил только основной программный материал, но не знает отдельных положений, в ответе допускает неточности, недостаточно правильные формулировки, нарушает последовательность в изложении программного материала;

– оценка «неудовлетворительно» выставляется, если обучающийся не знает значительной части основного программного материала, в ответе допускает существенные ошибки, неправильные формулировки.

Практические задания

1. Решите данную систему уравнений методом Крамера:

$$\begin{cases} 2x - 3y - 5z = 1, \\ 3x + y - 2z = -4, \\ x - 2y + z = 5. \end{cases}$$

2. Данную систему уравнений:

а) записать в матричной форме и затем решить с помощью обратной матрицы;

б) решить методом Гаусса

$$\begin{cases} 4x_1 + 5x_3 = 8, \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 = 3, \\ x_1 + 3x_2 = -1. \end{cases}$$

3. Исследуйте данную систему уравнений на совместность с использованием теоремы Кронекера-Капелли и решите её, если она совместна:

$$\begin{cases} 5x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 2, \\ 2x_1 + x_2 = 8, \\ 8x_1 - 5x_2 + 2x_3 = -4. \end{cases}$$

4. Даны координаты вершин треугольника ABC: A(-8; -3), B(4; -12), C(8; 10).

Найти:

1) длину стороны AB;

- 2) уравнения сторон AB и BC и их угловые коэффициенты;
- 3) угол B в радианах с точностью до двух знаков;
- 4) уравнение высоты CD и ее длину;
- 5) уравнение медианы AE и координаты точки K пересечения этой медианы с высотой CD ;
- 6) уравнение прямой, проходящей через точку K параллельно стороне AB ;
- 7) координаты точки M , расположенной симметрично точке A относительно прямой CD .

5. Даны координаты вершин пирамиды $ABCD$: $A(2; -3; 1)$, $B(6; 1; -1)$, $C(4; 8; -9)$, $D(2; -1; 2)$. Требуется:

- 1) записать векторы \overrightarrow{AB} , \overrightarrow{AC} и \overrightarrow{AD} в системе орт и найти модули этих векторов;
- 2) найти угол между векторами \overrightarrow{AB} и \overrightarrow{AC} ;
- 3) найти проекцию вектора \overrightarrow{AD} на вектор \overrightarrow{AB} ;
- 4) найти площадь грани ABC ;
- 5) найти объем пирамиды $ABCD$.

6. Даны координаты точек A , B и C : $A(3; -1; 5)$, $B(7; 1; 1)$, $C(4; -2; 1)$.

Требуется:

- 1) составить канонические уравнения прямой AB ;
- 2) составить уравнение плоскости, проходящей через точку C перпендикулярно прямой AB , и точку пересечения этой плоскости с прямой AB ;
- 3) найти расстояние от точки C до прямой AB .

7. Даны координаты точек A , B , C и M : $A(-3; -2; -4)$, $B(-4; 2; -7)$, $C(5; 0; 3)$, $M(-1; 3; 0)$. Найти:

- 1) уравнение плоскости Q , проходящей через точки A , B и C ;
- 2) канонические уравнения прямой, проходящей через точку M перпендикулярно плоскости Q ;
- 3) точки пересечения полученной прямой с плоскостью Q ;
- 4) расстояние от точки M до плоскости Q .

8. Составить уравнение геометрического места точек, равноудаленных от данной точки $A(2; 5)$ и данной прямой $y = 1$. Полученное уравнение привести к простейшему виду и затем построить кривую.

9. Даны точки $A(4; -2)$, $B(2; \sqrt{7})$ и радиус окружности $R = 2\sqrt{5}$, центр которой находится в начале координат. Требуется:

- 1) составить каноническое уравнение эллипса, проходящего через данные точки A и B ;
- 2) найти полуоси, фокусы и эксцентриситет этого эллипса;
- 3) найти все точки пересечения эллипса с данной окружностью;
- 4) построить эллипс и окружность.

10. Найти действительные числа x и y из уравнения: $(x - y) + (3x + y)i = 3 - 3i$

11. Написать матрицы A_m^k и B_k^n в общем виде. Если $C = A * B$, то

каковы размеры матрицы C ? Написать выражение для элемента C_{ij}

- а) через знак суммирования \sum
- б) более подробно, без знака суммирования.

12. Как для данной матрицы A_m^k в общем виде будет выглядеть матрица A^T ?

Каковы ее размеры? Выписать те 4 свойства (из 18 Свойств операций над матрицами), где встречается операция транспонирования.

13. Записать Систему Линейных Уравнений для $m=n=3$ в обычном виде.

Выписать все матрицы A, X, B , соответствующие матричной форме записи СЛУ: $A * X = B$

14. Написать выражение для определителя матрицы второго порядка

$$\Delta = |A_2| \text{ в общем виде.}$$

15. Схематично изобразить Правило Звезды для вычисления определителя

матрицы третьего порядка $\Delta = |A_3|$

16. Дать Определение Минора M_{ij} матрицы n -го порядка A_n

17. Написать формулу Алгебраического Дополнения A_{ij} матрицы n -го порядка A_n

18. Написать выражение для вычисления определителя матрицы третьего порядка $\Delta = |A_3|$ по Теореме Лапласа, то есть разложение по любой строке или любому столбцу: а) либо в общем виде б) либо для любого (уникального) численного примера.

19. Для системы линейных уравнений $A_n X_n^1 = B_n^1, |A| \neq 0$ выписать через алгебраические дополнения A_{ij} присоединенную матрицу A^* .

Выписать формулы обратной матрицы A^{-1} , решения X .

20. Для системы линейных уравнений третьего порядка $A X = B$ выписать по методу Крамера выражения для $\Delta_i, i=1,2,3$ и решение системы линейных

уравнений $X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$ через Δ_i .

21. Дать Определение ранга матрицы (через миноры).

22. Чему равен ранг ступенчатой матрицы?

23. Дать формулировку Теоремы Кронекера-Капелли для системы линейных уравнений

24. Запишите комплексное число Z в алгебраической и тригонометрической формах. Как связаны эти две формы записи.

25. Напишите выражение для произведения двух комплексных чисел Z_1, Z_2 , заданных в тригонометрической форме; для частного от деления этих двух комплексных чисел.

26. Напишите Формулу Муавра, - выражение для возведения в степень комплексного числа Z .

27. Выпишите каноническое разложение многочлена $f(Z)$ степени $n \geq 1$ с комплексными коэффициентами.

28. Сформулируйте Основную Теорему Алгебры для многочлена, действующего в комплексном пространстве.

29. Пусть Z – комплексная переменная, $a = |a|(\cos \theta + i \sin \theta)$ – комплексное число. Для уравнения $Z^n = a$ напишите выражение для k различных его корней: $Z_k = \dots$, $k=0,1,\dots,n-1$.

30. Выписать симметрическую матрицу квадратичной формы $\zeta = a_{11} x_1^2 + a_{22} x_2^2 + a_{33} x_3^2 + 2 a_{12} x_1 x_2 + 2 a_{13} x_1 x_3 + 2 a_{23} x_2 x_3$ и записать квадратичную форму в матрично - векторном виде.

Средство оценивания: практические задания

Шкала оценивания:

Практическое задание оценивается по 5-балльной шкале. Баллы переводятся в оценки успеваемости следующим образом:

Оценка «отлично» выставляется обучающемуся, если практическое задание правильно решено, приведена подробная аргументация своего решения, показано хорошее знание теоретических аспектов решения практического задания.

Оценка «хорошо» выставляется обучающемуся, если практическое задание правильно решено, приведена достаточная аргументация своего решения, показано определенное знание теоретического материала.

Оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся, если практическое задание частично имеет правильное решение, аргументация не полная, не прослеживается знание теоретического материала.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся, если практическое задание решено неверно, отсутствуют необходимые знания теоретического материала.

Контрольная работа

Вариант 1

1. Написать матрицы A_m^k и B_k^n в общем виде. Если $C = A * B$, то каковы размеры матрицы C ? Написать выражение для элемента C_{ij}

а) через знак суммирования \sum в) более подробно, без знака суммирования.

2. Как для данной матрицы A_m^k в общем виде будет выглядеть матрица A^T ?

Каковы ее размеры? Выписать те 4 свойства (из 18 Свойств операций над матрицами), где встречается операция транспонирования.

3. Записать Систему Линейных Уравнений для $m=n=3$ в обычном виде.

Выписать все матрицы A, X, B , соответствующие матричной форме записи СЛУ: $A * X = B$

Вариант 2

1. Написать выражение для определителя матрицы второго порядка

$\Delta = |A_2|$ в общем виде.

2. Схематично изобразить Правило Звезды для вычисления определителя матрицы третьего порядка $\Delta = |A_3|$

3. Дать Определение Минора M_{ij} матрицы n -го порядка A_n

4. Написать формулу Алгебраического Дополнения A_{ij} матрицы n -го порядка A_n

5. Написать выражение для вычисления определителя матрицы третьего порядка $\Delta = |A_3|$ по Теореме Лапласа, то есть разложение по любой строке или любому столбцу: а) либо в общем виде б) либо для любого (уникального) численного примера.

Вариант 3

1. Для системы линейных уравнений $A_n X_n^1 = B_n^1, |A| \neq 0$ выписать через алгебраические дополнения A_{ij} присоединенную матрицу A^* .

Выписать формулы обратной матрицы A^{-1} , решения X .

2. Для системы линейных уравнений третьего порядка $AX = B$ выписать по методу Крамера выражения для $\Delta_i, i=1,2,3$ и решение системы линейных

уравнений $X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$ через Δ_i .

3. Дать определение ранга матрицы (через миноры).

4. Чему равен ранг ступенчатой матрицы?

5. Дать формулировку Теоремы Кронекера-Капелли для системы линейных уравнений $A_m^n X_n^1 = B_m^1$

Вариант 4

1. Запишите комплексное число Z в алгебраической и тригонометрической формах. Как связаны эти две формы записи

2. Напишите выражение для произведения двух комплексных чисел Z_1, Z_2 , заданных в тригонометрической форме; для частного от деления этих двух комплексных чисел.

3. Напишите Формулу Муавра, - выражение для возведения в степень комплексного числа Z .

4. Выпишите каноническое разложение многочлена $f(Z)$ степени $n \geq 1$ с комплексными коэффициентами.

Вариант 5

1. Сформулируйте Основную Теорему Алгебры для многочлена, действующего в комплексном пространстве.

2. Пусть Z – комплексная переменная, $a = |a|(\cos \theta + i \sin \theta)$ – комплексное число. Для уравнения $Z^n = a$ напишите выражение для k различных его корней: $Z_k = \dots, k=0,1,\dots,n-1$

3. Выписать симметрическую матрицу квадратичной формы $\zeta = a_{11} x_1^2 + a_{22} x_2^2 + a_{33} x_3^2 + 2 a_{12} x_1 x_2 + 2 a_{13} x_1 x_3 + 2 a_{23} x_2 x_3$ и записать квадратичную форму в матрично - векторном виде.

Средство оценивания: контрольная работа

Шкала оценивания:

Оценка «Отлично». Обучающийся самостоятельно и правильно решил учебно-профессиональную задачу, уверенно, логично, последовательно и аргументировано излагал свое решение, используя профессиональные понятия.

Оценка «Хорошо». Обучающийся самостоятельно и в основном правильно решил учебно-профессиональную задачу, уверенно, логично, последовательно и аргументировано излагал свое решение, используя профессиональные понятия.

Оценка «Удовлетворительно». Обучающийся в основном решил учебно-профессиональную задачу, допустил несущественные ошибки, слабо аргументировал свое решение, используя в основном профессиональные понятия.

Оценка «Неудовлетворительно». Обучающийся не решил учебно-профессиональную задачу.

Промежуточная аттестация по дисциплине «Линейная алгебра»

Обучающиеся по направлению подготовки 38.03.02 Менеджмент. Управление бизнесом и маркетинг проходят промежуточную аттестацию в форме зачета с оценкой по дисциплине «Линейная алгебра» во 2 семестре.

При проведении зачета с оценкой по дисциплине «Линейная алгебра» может использоваться устная или письменная форма проведения.

Примерная структура зачета с оценкой по дисциплине «Линейная алгебра»:

1. устный ответ на вопросы

Обучающимся на зачета с оценкой дается время на подготовку вопросов теоретического характера и практического задания.

2. выполнение тестовых заданий

Тестовые задания выполняются в течение 30 минут и состоят из 20-30 вопросов разных типов. Преподаватель готовит несколько вариантов тестовых заданий.

Ответ обучающегося на зачета с оценкой должен отвечать следующим требованиям:

- научность, знание и умение пользоваться понятийным аппаратом;
- изложение вопросов в методологическом аспекте, аргументация основных положений ответа примерами из современной практики из опыта профессиональной деятельности;
- осведомленность в важнейших современных вопросах линейной алгебры.

Выполнение практического задания должно отвечать следующим требованиям:

- владение профессиональной терминологией;
- последовательное и аргументированное изложение решения.

Критерии оценивания ответов на зачета с оценкой

| Уровень освоения компетенции | Формулировка требований к степени сформированности компетенций | Шкала оценивания |
|------------------------------|--|-------------------|
| Высокий | Владеет методами сбора и обработки данных, необходимых для решения поставленных управленческих задач, в том числе с использованием инструментов линейной алгебры. Владеет общим методом решения системы линейных уравнений. | Отлично |
| Продвинутый | Собирает и обрабатывает данные, необходимые для решения поставленных управленческих задач, в том числе с использованием инструментов линейной алгебры. Анализирует и решает системы линейных уравнений. | Хорошо |
| Базовый | Имеет представление об основных понятиях и инструментах линейной алгебры. Имеет представление о способах осуществления сбора и обработки данных, необходимых для решения поставленных управленческих задач. | Удовлетворительно |

| | | |
|-----------------------------|--|---------------------|
| | Имеет представление о способах осуществления анализа данных, необходимых для решения поставленных управленческих задач. Имеет представление о системе линейных уравнений. | |
| Компетенции не сформированы | Не соответствует критериям оценки удовлетворительно | Неудовлетворительно |

Рекомендации по проведению зачета с оценкой

1. Обучающиеся должны быть заранее ознакомлены с Положением о текущем контроле успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся АНО ВО МОСИ.
2. С критериями оценивания зачета с оценкой преподаватель обязан ознакомить обучающихся до начала зачета.
3. Преподаватель в ходе зачета с оценкой проверяет уровень полученных в течение изучения дисциплины знаний, умений и навыков и сформированность компетенций.
4. Тестирование по дисциплине проводится в Центре оценки и контроля качества образования МОСИ.

Примерный перечень вопросов к зачету с оценкой

1. Линейно зависимые и линейно независимые системы векторов. Свойства линейно зависимой системы векторов. Базис и размерность линейного пространства.
2. Теорема о базисах конечномерного пространства. Следствия.
3. Координаты вектора. Изоморфизм линейных пространств. Преобразование координат вектора при смене базиса.
4. Теорема о ранге матрицы. Вычисление ранга матрицы методом окаймляющих миноров.
5. Определение подпространства. Ранг системы векторов. Теорема о том, что ранг системы векторов равен размерности подпространства, натянутого на эту систему векторов.
6. Теорема Кронекера-Капелли.
7. Теорема о числе решений совместной системы линейных уравнений.
8. Размерность пространства решений однородной системы линейных уравнений.
9. Теорема о нахождении базиса пересечения подпространств.
10. Теорема о размерности суммы и пересечения подпространств.
11. Определение линейного преобразования. Связь между матрицами линейного преобразования в разных базисах.
12. Действия над линейными преобразованиями. Многочлен от линейного преобразования.
13. Ранг и дефект линейного преобразования. Нахождение базисов образа и ядра.
14. Условия невырожденности линейного преобразования.
15. Инвариантные подпространства. Прямая сумма подпространств.
16. Собственные векторы и собственные значения линейного преобразования. Независимость характеристического многочлена линейного преобразования от базиса.
17. Евклидовы векторные пространства. Простейшие свойства скалярного произведения.
18. Процесс ортогонализации. Формула скалярного произведения в ортонормированном базисе.
19. Изоморфизм евклидовых пространств.
20. Ортогональные преобразования и ортогональные матрицы.
21. Симметрические преобразования и симметрические матрицы.

22. Структура симметрического преобразования.
23. Унитарные векторные пространства. Унитарные преобразования и унитарные матрицы. Структура унитарного преобразования.
24. Симметрические преобразования и эрмитовы матрицы. Структура симметрического преобразования.
25. Структура линейного преобразования.
26. Структура ортогонального преобразования.
27. Определение и матричная запись квадратичной формы. Преобразование квадратичной формы при линейной замене переменных.
28. Приведение квадратичной формы к каноническому виду методом Лагранжа.
29. Закон инерции квадратичной формы.
30. Положительно определенная квадратичная форма. Критерий Сильвестра.
31. Приведение квадратичной формы к каноническому виду ортогональным преобразованием.
32. Разложение линейного пространства в прямую сумму двух инвариантных подпространств с помощью многочлена.
33. Разложение линейного пространства в прямую сумму корневых подпространств.
34. Теорема Гамильтона-Кэли.
35. Теорема о жордановой нормальной форме матрицы линейного преобразования.
36. Единственность жордановой нормальной формы матрицы.

Тест по дисциплине «Линейная алгебра»

0 вариант

1. Матрица A размерности 3×4 , матрица B размерности 2×3 . Найдите размерность матрицы $A^T \cdot B^T$

- 1) 4×2
- 2) нет такой матрицы
- 3) 2×4
- 4) 3×3

2. Разложите вектор $\vec{c} = (4; -2)$ по векторам $\vec{a} = (-2; 1)$ и $\vec{b} = (-1; 2)$.

- 1) $\vec{c} = 2\vec{a} - \vec{b}$
- 2) $\vec{c} = -\vec{a}$
- 3) $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$
- 4) $\vec{c} = -3\vec{a} + 2\vec{b}$

3. Дан определитель $\begin{vmatrix} -2 & 1 & 10 \\ -3 & 4 & -8 \\ -1 & 3 & 5 \end{vmatrix}$. Алгебраическое дополнение A_{23} равно:

- 1) 7
- 2) -1
- 3) 5
- 4) 16

4. Найдите площадь параллелограмма, построенного на векторах $\vec{a} = (-3, 2, 1)$, $\vec{b} = (2, 0, 3)$.

- 1) $\sqrt{173}$
- 2) 6
- 3) $\sqrt{123}$

4) 57

5. В системе линейных алгебраических уравнений матрица A , это

- 1) побочная матрица системы
- 2) основная матрица системы
- 3) свободная матрица
- 4) союзная матрица

6. Если $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$, то $3A+B$ равно:

1) $\begin{pmatrix} 0 & 6 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$

2) $\begin{pmatrix} 0 & 6 \\ 1 & 11 \end{pmatrix}$

3) $\begin{pmatrix} 6 & 0 \\ -1 & 7 \end{pmatrix}$

4) -6

7. Дан определитель $\begin{vmatrix} 4 & 5 & -6 \\ 2 & 7 & 1 \\ 3 & 4 & 5 \end{vmatrix}$. Минор M_{32} равен:

- 1) 16
- 2) -8
- 3) -16
- 4) 4

8. Если $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$, то $2A-3B$ равно:

1) $\begin{pmatrix} 11 & 4 \\ -3 & 0 \end{pmatrix}$

2) $\begin{pmatrix} -7 & 4 \\ 3 & 12 \end{pmatrix}$

3)

$$\begin{pmatrix} 11 & 4 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$$

4) 12

9. Найти скалярное произведение векторов \vec{c} и \vec{d} , если $\vec{c} = \vec{a} - \vec{b}$, $\vec{d} = \vec{a} + 2\vec{b}$, и известно $|\vec{a}| = 4$, $|\vec{b}| = 2$, угол между векторами \vec{a} и \vec{b} равен 60° :

1) 5

2) 2

3) 12

4) 13

10. Если $\vec{a} = \vec{i} + 3\vec{j} - 4\vec{k}$, то $|\vec{a}|$ равен:

1) $\sqrt{3}$

2) 0

3) 19

4) $\sqrt{26}$

11. Найти $\vec{a}\vec{b}\vec{c}$, если $\vec{a} = (1, -2, 1)$, $\vec{b} = (4; 2; -3)$, $\vec{c} = (7, -1, -1)$.

1) 26

2) 17

3) 11

4) -24

12. Найти значение матричного многочлена $f(A)$, если $f(x) = 4x^2 - 3x + 8$, $A = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$:

1)

$$\begin{pmatrix} 5 & -17 \\ 2 & 10 \end{pmatrix}$$

2)

$$\begin{pmatrix} -4 & -5 \\ 15 & 6 \end{pmatrix}$$

3)

$$\begin{pmatrix} 1 & -8 \\ 16 & 1 \end{pmatrix}$$

4)

$$\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -5 & 6 \end{pmatrix}$$

13. Если точка $A(1, -2, 3)$, точка $B(3, 2, -1)$ то длина вектора \overrightarrow{AB} равна:

1) 36

2) 4

3) $\sqrt{20}$

4) 6

14. Определитель $\begin{vmatrix} 0 & 2 & 1 \\ -1 & 3 & 4 \\ -11 & 2 & 6 \end{vmatrix}$ равен:

- 1) -28
- 2) 16
- 3) 20
- 4) -45

15. Если $\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - 3\vec{k}$, то $|\vec{a}|$ равен:

- 1) $\sqrt{22}$
- 2) 22
- 3) 4
- 4) 2

16. Из определения векторного произведения непосредственно вытекает следующее соотношение между ортами:

- 1) $\vec{k} \times \vec{k} = \vec{k}^2$
- 2) $\vec{k} \times \vec{i} = -\vec{j}$
- 3) $\vec{k} \times \vec{i} = \vec{j}$
- 4) $\vec{k} \times \vec{i} = 0$

17. Если вектор $\overrightarrow{AB} = (4; -6; -2)$, а точка $B(1, -2, 3)$, то точка A имеет координаты:

- 1) $A(3, -4, -5)$
- 2) $A(5, -8, 1)$
- 3) $A(-2, 2, 8)$
- 4) $A(-3, 4, 5)$

18. Определитель $\begin{vmatrix} x & 1 & 2 \\ 0 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{vmatrix} = 12$, при x равном:

- 1) 3
- 2) 2
- 3) -2
- 4) 7

19. В системе линейных алгебраических уравнений матрица A , это

- 1) свободная матрица
- 2) основная матрица системы
- 3) союзная матрица
- 4) побочная матрица системы

20. Если $\vec{a} = (1, -2, 3)$, $\vec{b} = (4, 2, 0)$, то угол между векторами \vec{a} и \vec{b} равен:

- 1) 45°

- 2) 30°
- 3) 90°
- 4) 0°

21. В системе линейных алгебраических уравнений вектор-столбец B , это

- 1) вектор-столбец из свободных членов
- 2) вектор-столбец из неизвестных
- 3) основной вектор-столбец
- 4) вектор-столбец из коэффициентов

22. Вектор \vec{e} называется

- 1) единичным
- 2) нулевым
- 3) ортом
- 4) направленным

23. Из векторов $\vec{a} = (-2, 4, 6)$, $\vec{b} = (3, 2, -1)$, $\vec{c} = (3, 6, -3)$ выберите тот вектор, который коллинеарен вектору $\vec{l} = (1, -2, -3)$

- 1) только \vec{a}
- 2) нет таких векторов
- 3) только \vec{c}
- 4) только \vec{b}

24. Найти скалярное произведение векторов \vec{c} и \vec{d} , если $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$, $\vec{d} = 2\vec{a} + \vec{b}$, и известно $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 1$, угол между векторами \vec{a} и \vec{b} равен 60° :

- 1) 8
- 2) 11
- 3) 12
- 4) 2

25. Разложить вектор $\vec{c} = (1; -2)$ по векторам $\vec{a} = (4; -1)$ и $\vec{b} = (3; -6)$.

- 1) $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$
- 2) $\vec{c} = 2\vec{a} - \vec{b}$
- 3) $\vec{c} = -3\vec{a} + 2\vec{b}$
- 4) $\vec{c} = \frac{1}{3}\vec{b}$

Примерный перечень практических заданий

1. Исследовать на совместность систему
$$\begin{cases} 2x + 4y = 10 \\ 0.5x + 2y = 5 \end{cases}$$

- 1) Совместна
- 2) Несовместна

2. Если точка $A(1, -2, 3)$, точка $B(3, 2, 1)$ то вектор равен:

- 1) $(2; 4; 24)$
- 2) $(2; 4; -2)$
- 3) $(2; 4; 24)$
- 4) $(2; 4; 4)$

$$\begin{cases} 3x_1 - 5x_2 = 7 \\ 2x_1 + x_2 = -4 \end{cases}$$

3. Дана система x_2 равно:

- 1) -1
- 2) 2
- 3) 1
- 4) -2

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ 9 & 10 & 11 & 0 \\ -1 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

4. Ранг матрицы равен

- 1) 4
- 2) 3
- 3) 1
- 4) 2

5. Если совместная система имеет единственное решение, она называется

- 1) равной
- 2) однородной
- 3) эквивалентной
- 4) определенной

6. Решите данную систему уравнений методом Крамера:

$$\begin{cases} 2x - 3y - 5z = 1, \\ 3x + y - 2z = -4, \\ x - 2y + z = 5. \end{cases}$$

7. Данную систему уравнений:

а) записать в матричной форме и затем решить с помощью обратной матрицы;

б) решить методом Гаусса

$$\begin{cases} 4x_1 + 5x_3 = 8, \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 = 3, \\ x_1 + 3x_2 = -1. \end{cases}$$

8. Исследуйте данную систему уравнений на совместность с использованием теоремы Кронекера-Капелли и решите её, если она совместна:

$$\begin{cases} 5x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 2, \\ 2x_1 + x_2 = 8, \\ 8x_1 - 5x_2 + 2x_3 = -4. \end{cases}$$

9. Даны координаты вершин треугольника ABC: A(-9; -4), B(2; -10), C(2; 8).

Найти:

- 1) длину стороны AB;
- 2) уравнения сторон AB и BC и их угловые коэффициенты;
- 3) угол B в радианах с точностью до двух знаков;
- 4) уравнение высоты CD и ее длину;
- 5) уравнение медианы AE и координаты точки K пересечения этой медианы с высотой CD;
- 6) уравнение прямой, проходящей через точку K параллельно стороне AB;
- 7) координаты точки M, расположенной симметрично точке A относительно прямой CD.

10. Даны координаты вершин пирамиды ABCD: A(4; -5; 3), B(13; 5; -8), C(2; 19; -7), D(5; -9; 12). Требуется:

- 1) записать векторы \overrightarrow{AB} , \overrightarrow{AC} и \overrightarrow{AD} в системе орт и найти модули этих векторов;
- 2) найти угол между векторами \overrightarrow{AB} и \overrightarrow{AC} ;
- 3) найти проекцию вектора \overrightarrow{AD} на вектор \overrightarrow{AB} ;
- 4) найти площадь грани ABC;
- 5) найти объем пирамиды ABCD.

11. Даны координаты точек A, B и C: A(17; -4; 9), B(8; 5; 9), C(3; -5; 1).

Требуется:

- 1) составить канонические уравнения прямой AB;
- 2) составить уравнение плоскости, проходящей через точку C перпендикулярно прямой AB, и точку пересечения этой плоскости с прямой AB;
- 3) найти расстояние от точки C до прямой AB.

12. Даны координаты точек A, B, C и M: A(-9; -2; -6), B(-7; 5; -7), C(9; 0; 3), M(-1; 3; 0). Найти:

- 1) уравнение плоскости Q, проходящей через точки A, B и C;
- 2) канонические уравнения прямой, проходящей через точку M перпендикулярно плоскости Q;
- 3) точки пересечения полученной прямой с плоскостью Q;
- 4) расстояние от точки M до плоскости Q.

13. Составить уравнение геометрического места точек, равноудаленных от данной точки A(7; 9) и данной прямой $y = 3$. Полученное уравнение привести к простейшему виду и затем построить кривую.

14. Даны точки A (5; -9), B (2; $\sqrt{7}$) и радиус окружности $R = 3\sqrt{5}$, центр которой находится в начале координат. Требуется:

- 1) составить каноническое уравнение эллипса, проходящего через данные точки A и B;
- 2) найти полуоси, фокусы и эксцентриситет этого эллипса;
- 3) найти все точки пересечения эллипса с данной окружностью;

4) построить эллипс и окружность.

15. Найдите действительные числа x и y из уравнения: $(x - y) + (3x + y)i = 3 - 3i$

3. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Средство оценивания: устный опрос МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПРИ ПОДГОТОВКЕ К УСТНОМУ ОПРОСУ

Устный опрос - удобная форма текущего контроля знаний. Целью устного опроса является обобщение и закрепление изученного материала. Главное преимущество – занимает мало времени от 5 до 7 мин., при этом в зависимости от количества вопросов, позволяет проверить большой объем и глубину знаний. Устный опрос может проводиться несколько раз за тему, что позволяет диагностировать, контролировать и своевременно корректировать усвоение материала, что значительно повышает эффективность обучения и закрепляет знания учащихся.

Для успешной подготовки к устному опросу, обучающийся должен изучить/законспектировать рекомендованную литературу. Внимательно осмыслить лекционный материал. При ответе особо выделить главную мысль, сделать вывод.

Средство оценивания: тест МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ ТЕСТОВЫХ ЗАДАНИЙ

Непрерывной сопутствующей процедурой преподавания любой дисциплины является контроль уровня усвоения учебного материала. В настоящее время среди разнообразных форм контроля в учебном процессе стали активно применяться тестовые задания, которые позволяют относительно быстро определить уровень знаний обучающихся. Тестовые задания является одной из наиболее научно обоснованных процедур для выявления реального качества знания у испытуемого обучающегося. Впрочем, тестирование не может заменить собой другие педагогические средства контроля, используемые сегодня преподавателями. В их арсенале остаются устные экзамены, контрольные работы, опросы обучающихся и другие разнообразные средства. Они обладают своими преимуществами и недостатками и по-прежнему наиболее эффективны при их комплексном применении в учебной практике.

По этой причине каждое из перечисленных средств применяется преподавателями на определенных этапах изучения дисциплины. Самое главное преимущество тестов – в том, что они позволяют преподавателю и самому обучающемуся при самоконтроле провести объективную и независимую оценку уровня знаний в соответствии с общими образовательными требованиями. Наиболее важным положительным признаком тестового задания является однозначность интерпретации результатов его выполнения. Благодаря этому процедура проверки может быть доведена до высокого уровня автоматизма с минимальными временными затратами. При проведении тестирования степень сложности предлагаемых вопросов определяются преподавателем в зависимости от уровня подготовленности группы.

Средство оценивания: контрольная работа МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ

Контрольные работы проводятся с целью текущего контроля практической работы студентов и для координации их работы над учебным материалом в межсессионный период.

К выполнению контрольной работы можно приступить только тогда, когда усвоен весь учебный материал дисциплины.

Выполнение студентами контрольной работы должно являться результатом усвоения изученного материала по учебной дисциплине. Контрольная работа служит основанием для оценки знаний студента и средством контроля его учебной работы. Каждая контрольная работа должна быть выполнена полностью.

Выполнение заданий – основной вид контрольной работы. Выполнение заданий систематизирует знания студентов, позволяет повторить и закрепить пройденный материал. Задания выполняются в письменной форме и носят обязательный для выполнения характер.

Действия студента:

1. Повторить необходимый для выполнения заданий материал.
2. Внимательно прочитать задание.
3. Оформить работу.

Общие правила оформления контрольной работы

1. Контрольную работу выполняется строго в соответствии с предъявляемыми требованиями.

2. Контрольная работа выполняется в письменном варианте.

3. Контрольная работа обязательно подписывается с указанием фамилии, имя, отчества автора работы, № группы.

4. Рекомендуется при выполнении контрольной работы изучить основную и дополнительную литературу, Интернет-ресурсы, которые помогут расширить знания по изучаемой теме.

Требования к оформлению работы.

1. Лист формата А4, тетрадь 12-18 л.

2. Для рукописного варианта используются только синие или черные контрастные чернила.

3. Для печатного варианта - редактор Word, кегль 14, шрифт Times New Roman, межстрочный интервал – полуторный; параметры страницы: по два сантиметра с каждой стороны; нумерация страниц сверху по центру листа.

Контрольная работа, оформленная небрежно, без соблюдения технических требований, а также выполненная по неправильно выбранному варианту, возвращается студенту без проверки с указанием причин возврата. В случае выполнения работы по неправильно выбранному варианту студент должен выполнить работу согласно своему варианту задания.