

АНО ВО «Межрегиональный открытый социальный институт»

УТВЕРЖДАЮ

Декан факультета экономики и  
информационной безопасности

Т.А. Сафина

Протокол заседания Совета факультета

№ 1 «01» сентября 2017 г.

УТВЕРЖДАЮ

Зав. кафедрой информационной  
безопасности

Т.М. Гусакова

Протокол заседания кафедры

№ 1 «1» сентября 2017 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА**

по дисциплине

Теория вероятностей и математическая статистика

(наименование)

образовательная программа

38.03.01 Экономика «Финансы и кредит»

форма обучения

очная, заочная

ПРОГРАММА РАЗРАБОТАНА

доцент Микка К.В.,

канд. физ.-мат. наук, доцент

(должность, Ф. И. О., ученая степень,  
звание автора(ов) программы)

Йошкар-Ола, 2017

## Содержание

1. Пояснительная записка.....	3
2. Структура и содержания дисциплины .....	9
3. Оценочные средства и методические рекомендации по проведению промежуточной аттестации .....	30
4. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины.....	44
5. Материально-техническое обеспечение дисциплины .....	46
6. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины .....	47

## 1. Пояснительная записка

### Цель изучения дисциплины:

овладение обучающимися прикладным инструментарием деятельности экономиста, применяемого на основе теоретико-вероятностного понимания ситуации, складывающейся в объекте изучения, с целью сбора, анализа и обработки данных, необходимых для решения профессиональных задач.

### Место дисциплины в учебном плане:

Предлагаемый курс относится к дисциплинам базовой части образовательной программы 38.03.01 Экономика. Финансы и кредит.

**Дисциплина «Теория вероятностей и математическая статистика» обеспечивает овладение следующими компетенциями:**

продолжает формирование общепрофессиональной компетенции:  
способность осуществлять сбор, анализ и обработку данных, необходимых для решения профессиональных задач (ОПК-2) – 3/2 этап.

### Этапы формирования компетенции

(очная форма обучения)

Код компетенции	Формулировка компетенции	Учебная дисциплина	Семестр	Этап
ОПК-2	способностью осуществлять сбор, анализ и обработку данных, необходимых для решения профессиональных задач	Линейная алгебра	1,2	1
		Математический анализ	2,3	2
		Теория вероятностей и математическая статистика	3	3
		Эконометрика	4	4
		Статистика	4	4
		Учебная практика (практика по получению первичных профессиональных умений и навыков,	5	5

		в том числе первичных умений и навыков научно-исследовательской деятельности)		
		Экономический анализ финансово-хозяйственной деятельности	6	6
		Финансовый анализ деятельности банков и страховых организаций	7	7
		Производственная практика (практика по получению профессиональных умений и опыта профессиональной деятельности)	7	7
		Производственная практика (преддипломная)	8	8
		Защита выпускной квалификационной работы, включая подготовку к процедуре защиты и процедуру защиты	8	

### Этапы формирования компетенции

(заочная форма обучения)

Код компетенции	Формулировка компетенции	Учебная дисциплина	Семестр	Этап
ОПК-2	способностью	Линейная алгебра	2	1

осуществлять сбор, анализ и обработку данных, необходимых для решения профессиональных задач	Математический анализ	3	2
	Теория вероятностей и математическая статистика	3	2
	Эконометрика	4	3
	Статистика	4	3
	Учебная практика (практика по получению первичных профессиональных умений и навыков, в том числе первичных умений и навыков научно-исследовательской деятельности)	6	4
	Экономический анализ финансово-хозяйственной деятельности	8	5
	Финансовый анализ деятельности банков и страховых организаций	9	6
	Производственная практика (практика по получению профессиональных умений и опыта профессиональной деятельности)	8	5
	Производственная практика (преддипломная)	10	7
	Защита выпускной квалификационной	10	

		работы, включая подготовку к процедуре защиты и процедуру защиты		
--	--	--	--	--

**В результате освоения дисциплины обучающийся должен:**

ОПК-2	<p><b>Знать:</b></p> <ul style="list-style-type: none"><li>- инструменты и методы сбора, анализа и обработки экономической информации;</li><li>- основы теории вероятностей и математической статистики, основные виды распределений, используемые в экономико-статистическом анализе, их основные характеристики и выборочные аналоги;</li><li>- математический инструментарий, используемый в офисных, специализированных и математических пакетах прикладных программ.</li></ul> <p><b>Уметь:</b></p> <ul style="list-style-type: none"><li>- оперировать случайными величинами, их характеристиками и наиболее употребляемыми в практике экономических исследований законами распределения; рассчитывать выборочные оценки характеристик случайных величин;</li><li>- применять корреляционный и регрессионный анализ для исследования экономических процессов и прогноза изменения параметров;</li><li>- пользоваться наиболее распространенными офисными и математическими пакетами прикладных программ.</li></ul> <p><b>Владеть:</b></p> <ul style="list-style-type: none"><li>- основными понятиями и методами теории вероятностей и математической статистики, используемыми для анализа имеющейся информации с учетом ее стохастического характера;</li><li>- основными математическими методами, используемыми при построении расчетного инструментария в офисных и математических пакетах прикладных программ.</li></ul>
-------	--

**Формы текущего контроля успеваемости студентов:** устный опрос, практические задачи, контрольная работа.

**Формы промежуточной аттестации:** экзамен.



## 2. Структура и содержания дисциплины

Трудоемкость 3 зачетные единицы, 108 часов, из них:

очная форма обучения: 20 лекционных, 34 практических, 36 часов самостоятельной работы, 18 часов контроль.

заочная форма обучения: 6 лекционных, 8 практических, 85 часов самостоятельной работы, 9 часов контроль.

### 2.1. Тематический план учебной дисциплины (очная форма обучения)

№ п/п раздела	Наименование разделов и тем	Количество часов по учебному плану				
		Всего	Виды учебной работы			
			Аудиторная работа			Самостоятельная работа
			Лекции	Практические (семинарские) занятия	Лабораторные занятия	
1	2	3	4	5	6	7
1	Основные понятия теории вероятностей	8	2	2	-	4
2	Основные теоремы теории вероятностей	10	2	4	-	4
3	Случайные величины, способы их задания и числовые характеристики	10	2	4	-	4
4	Основные законы распределения случайных величин	10	2	4	-	4
5	Системы случайных величин	10	2	4	-	4
6	Закон больших чисел	10	2	4	-	4
7	Основные понятия математической статистики	10	2	4	-	4
8	Статистическая оценка параметров распределения	10	2	4	-	4
9	Статистическая гипотеза	12	4	4	-	4
	<b>Итого по курсу:</b>	<b>90</b>	<b>20</b>	<b>34</b>	<b>-</b>	<b>36</b>

## (заочная форма обучения)

№ п/п раздела	Наименование разделов и тем	Количество часов по учебному плану				
		Всего	Виды учебной работы			
			Аудиторная работа			Самостоятельная работа
			Лекции	Практические (семинарские) занятия	Лабораторные занятия	
1	2	3	4	5	6	7
1	Основные понятия теории вероятностей	13	2	1	-	10
2	Основные теоремы теории вероятностей	13	2	1	-	10
3	Случайные величины, способы их задания и числовые характеристики	13	2	1	-	10
4	Основные законы распределения случайных величин	11	-	1	-	10
5	Системы случайных величин	11	-	1	-	10
6	Закон больших чисел	11	-	1	-	10
7	Основные понятия математической статистики	11	-	1	-	10
8	Статистическая оценка параметров распределения	9	-	1	-	8
9	Статистическая гипотеза	7	-	-	-	7
	<b>Итого по курсу:</b>	<b>99</b>	<b>6</b>	<b>8</b>	<b>-</b>	<b>85</b>

## 2.2. Тематический план лекций:

№ п/п раздела	Наименование разделов и тем	Количество часов
1	2	3
1	Основные понятия теории вероятностей	2/2
2	Основные теоремы теории вероятностей	2/2
3	Случайные величины, способы их задания и числовые характеристики	2/2
4	Основные законы распределения случайных величин	2/-
5	Системы случайных величин	2/-
6	Закон больших чисел	2/-
7	Основные понятия математической статистики	2/-
8	Статистическая оценка параметров распределения	2/-
9	Статистическая гипотеза	4/-
	<b>Итого по курсу:</b>	<b>20/6</b>

### Содержание лекционных занятий

#### Тема 1. Основные понятия теории вероятностей

**План:**

1. Предмет теории вероятностей и ее связь с реальностью.
2. Различные подходы к определению вероятности.
3. Примеры вероятностных задач (маркетинг, контроль качества, разработка товаров и т.п.).
4. Событие. Случайные события как подмножества множества простейших исходов. Основные понятия алгебры событий.
5. Вероятность события. Свойства вероятности.
6. Частота, или статистическая вероятность, события.
7. Принцип практической уверенности.

#### Тема 2. Основные теоремы теории вероятностей

**План:**

1. Теорема сложения и следствия из нее. Условная вероятность.
2. Независимость событий. Теорема умножения и следствия из нее.
3. Система гипотез. Формула полной вероятности и теорема Байеса.
4. Принятие решений: байесовский подход.

5. Пример использования дерева решений для проведения маркетингового исследования по продаже нового товара фирмой.
6. Повторение испытаний. Формула Бернулли.

### **Тема 3. Случайные величины, способы их задания и числовые характеристики**

#### **План:**

1. Случайная величина. Примеры случайных величин.
2. Виды случайных величин (конечные, дискретные, непрерывные).
3. Ряд распределения, многоугольник распределения.
4. Функция распределения как универсальная характеристика случайной величины и ее свойства.
5. Вероятность попадания случайной величины на заданный участок.
6. Плотность распределения непрерывной случайной величины и ее свойства.
7. Эффект нулевой вероятности.
8. Характеристики положения: математическое ожидание, мода, медиана.
9. Моменты: дисперсия, среднее квадратическое отклонение
10. Свойства математического ожидания и дисперсии.

### **Тема 4. Основные законы распределения случайных величин**

#### **План:**

1. Биномиальное распределение и его параметры.
2. Использование биномиального распределения при решении задач, связанных с контролем качества продукции.
3. Распределение Пуассона и его параметры.
4. Применение распределения Пуассона при расчете необходимой численности персонала подразделения с заданным объемом объектов обработки.
5. Нормальное распределение и его параметры.
6. Теоремы Муавра - Лапласа.
7. Примеры решения задач, связанных с гарантийным обслуживанием. Задачи о конкуренции.
8. Показательное распределение и его параметры.
9. Решение задач по определению времени ожидания получения ответа на запрос.
10. Равномерное распределение и его параметры.
11. Расчет вероятности исполнения заказа в заданное время.

### **Тема 5. Системы случайных величин**

#### **План:**

1. Понятие о системе случайных величин.
2. Система двух случайных величин.
3. Закон распределения, функция распределения, условные законы распределения.
4. Числовые характеристики системы двух случайных величин.
5. Регрессия и корреляция. Коэффициент корреляции и его свойства.
6. Линейная регрессия.
7. Реальные примеры корреляционной связи между объемом продаж и затратами на рекламу, заработной платой и объемом производства.

### **Тема 6. Закон больших чисел центральная предельная теорема**

#### **План:**

1. Устойчивость средних и закон больших чисел.

2. Неравенство Чебышева.
3. Основные предельные теоремы.
4. Центральная предельная теорема и ее приложения.

### **Тема 7. Основные понятия математической статистики**

**План:**

1. Взаимоотношения математической статистики с теорией вероятностей. Математическая статистика и анализ данных.
  2. Генеральная совокупность, выборка из нее.
  3. Основные способы организации выборки.
  4. Вариационный ряд, статистическое распределение выборки.
  5. Эмпирическая функция распределения, гистограмма, полигон частот.
- Примеры, поясняющие каждое определение и понятие.

### **Тема 8. Статистическая оценка параметров распределения**

**План:**

1. Статистические оценки параметров распределения: состоятельные и несмещенные оценки для математического ожидания и дисперсии.
2. Точные распределения некоторых выборочных характеристик: распределение  $\chi^2$ ; распределение t (Стьюдента).
3. Оценка параметров по малым выборкам: понятие доверительного интервала; доверительный интервал для центра нормального распределения при известном и неизвестном  $\sigma$ ; доверительный интервал для  $\sigma$ ; доверительный интервал для вероятности; доверительные интервалы в случае асимптотически нормальных оценок.

### **Тема 9. Статистическая гипотеза**

**План:**

1. Статистические гипотезы и их прикладное назначение.
2. Общая задача проверки гипотез. Критическая область и область принятия гипотезы.
3. Статистическая проверка гипотез о законе распределения: критерий согласия  $\chi^2$  (критерий Пирсона).

#### **Основная литература**

1. Балдин, К.В. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник / К.В. Балдин, В.Н. Башлыков, А.В. Рукосуев. - 2-е изд. - Москва : Издательско-торговая корпорация «Дашков и К<sup>о</sup>», 2016. - 472 с. : ил. - Библиогр.: с. 433-434.; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=453249> (Электронная библиотечная система «Университетская библиотека ONLINE»)

#### **Дополнительная литература**

1. Колемаев, В.А. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник / В.А. Колемаев, В.Н. Калинина. - Москва : Юнити-Дана, 2015. - 352 с. : табл. - Библиогр. в кн. То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=436721> (Электронная библиотечная система «Университетская библиотека ONLINE»)
2. Матальцкий, М.А. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник / М.А. Матальцкий, Г.А. Хацкевич. - Минск : Вышэйшая школа, 2017. - 592 с. - Библиогр.

в кн.; То же [Электронный ресурс]. -  
URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=477424> (Электронная библиотечная система «Университетская библиотека ONLINE»)

### **Информационно- справочные системы, профессиональные базы данных и интернет-ресурсы**

1. Электронная библиотека механико-математического факультета Московского государственного университета [Электронный ресурс]. – Режим доступа: [www.lib.mexmat.ru/books/41](http://www.lib.mexmat.ru/books/41)
2. Библиотека. Наука. Математика [Электронный ресурс]. – Режим доступа: [www.newlibrary.ru](http://www.newlibrary.ru)
3. Российское образование. Федеральный портал [Электронный ресурс]. – Режим доступа: [www.edu.ru](http://www.edu.ru)
4. Математическое Бюро: Решение задач по высшей математике [Электронный ресурс]. – Режим доступа: [www.matburo.ru](http://www.matburo.ru)
5. Профессиональная база данных по экономике [Электронный ресурс]. - Режим доступа: [http://sophist.hse.ru/data\\_access.shtml](http://sophist.hse.ru/data_access.shtml)
6. Профессиональная база данных по экономике [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://www.gks.ru/>
7. СПС «Консультант Плюс», СПС «Гарант» (договор о сотрудничестве от 23.09.2013 г. с ЗАО «Компьютерные технологии» (ПС Гарант)), регистрационный лист зарегистрированного пользователя ЭПС «Система ГАРАНТ» от 16.02.2012 г. №12-40272-000944; договоры с ООО «КонсультантПлюс Марий Эл» №2017-СВ-4 от 28.12.2016 г

### 2.3. Тематический план практических (семинарских) занятий

№ п/п раздела	Наименование разделов и тем	Количество часов
1	2	3
1	Основные понятия теории вероятностей	2/1
2	Основные теоремы теории вероятностей	4/1
3	Случайные величины, способы их задания и числовые характеристики	4/1
4	Основные законы распределения случайных величин	4/1
5	Системы случайных величин	4/1
6	Закон больших чисел	4/1
7	Основные понятия математической статистики	4/1
8	Статистическая оценка параметров распределения	4/1
9	Статистическая гипотеза	4/-
	<b>Итого по курсу:</b>	<b>34/8</b>

### Содержание практических (семинарских) занятий

#### Тема 1. Основные понятия теории вероятностей

##### *План:*

1. Элементы комбинаторики.
2. Понятие события.
3. Вероятность события (классическое определение вероятности).
4. Случайные события как подмножества множества простейших исходов.

##### *Типовые задачи:*

1. Один раз подбрасывается игральная кость. Построить пространство элементарных исходов. Описать события:

$A_1$  - появление не более 2-х очков;

$A_2$  - появление 3-х или 4-х очков;

$A_3$  - появление не менее 5 очков;

$A_4$  - появление четного количества очков.

Есть ли среди этих событий равновозможные? Указать, какие из этих событий несовместны, какие совместны, какие образуют полную группу?

2. При наборе телефонного номера абонент забыл две последние цифры и набрал их наудачу, помня только, что эти цифры нечетные и разные. Какова вероятность правильно набрать номер?

3. Из трех бухгалтеров, восьми менеджеров шести научных сотрудников необходимо случайным отбором сформировать комитет из десяти человек. Какова вероятность того, что в комитете окажутся: один бухгалтер, пять менеджеров и четверо научных сотрудников?

4. Каждую пятницу бронированный автомобиль доставляет заработную плату из местного отделения банка в пять фирм. В качестве меры предосторожности стараются использовать различные маршруты. Водитель выбирает из предложенных диспетчером вариантов. Какова вероятность того, что нынешний маршрут не повторит предыдущий? Какова вероятность того, что маршрут не повторится ни разу в течение месяца?

## Тема 2. Основные теоремы теории вероятностей

### План:

1. Сумма событий.
2. Произведение событий.
3. Условная вероятность.
4. Теорема сложения и её следствия.
5. Теорема умножения и её следствия.
6. Полная группа событий (гипотез).
7. Вероятностная оценка гипотез (априорные вероятности).
8. Формула полной вероятности.
9. Теорема Байеса.
10. Дерево решений.
11. Последовательность случайных испытаний.
12. Формула Бернулли.

### Типовые задачи:

1. При проверке документа можно обнаружить четыре нарушения в его оформлении. Рассматриваются события:  $A$  - обнаружено ровно одно нарушение;  $B$  - обнаружено хотя бы одно нарушение;  $C$  - обнаружено не менее 2-х нарушений;  $D$  - обнаружено ровно два нарушения;  $E$  - обнаружено ровно 3 нарушения;  $F$  - обнаружены все нарушения. Указать в чем состоят события:

2. На стеллаже библиотеки в случайном порядке расставлены 15 учебников, причем 5 из них в переплете. Библиотекарь берет наудачу 2 учебника. Найти вероятность того, что: а) первый учебник будет в переплете (событие  $A$ ); б) второй учебник будет в переплете (событие  $B$ ); в) два учебника будут в переплете (событие  $C$ ); г) хотя бы один учебник будет в переплете (событие  $D$ ).

3. В ящике имеется 10 одинаковых деталей, среди которых 6 окрашенных. Сборщик наудачу извлекает деталь, записывает цвет и возвращает деталь в ящик. Найти вероятность того, что три извлеченные детали окажутся окрашенными.

4. Из колоды в 52 карты наудачу извлекается 3 карты. Какова вероятность, что три карты красной масти, если среди них два туза.

5. Студент, разыскивая нужную ему книгу, решил обойти три библиотеки. Для каждой библиотеки одинаково вероятно, есть в ее фондах книга или нет. Если книга есть, то одинаково вероятно выдана она читателю или свободна. Найти вероятность того, что студент получит книгу.

6. Фирма собирается выпускать новый товар на рынок. Подсчитано, что вероятность хорошего сбыта продукции равна 0,6; плохого - 0,4. Компания собирается провести маркетинговое исследование, вероятность правильности которого 0,8. Как изменятся первоначальные вероятности уровня реализации, если это исследование предскажет плохой сбыт?

7. В спартакиаде участвуют из первой группы 4 студента, из второй - 6, из третьей - 5. Студент из первой группы попадает в сборную института с вероятностью 0,9, второй - 0,7, третьей - 0,8. Наудачу выбранный студент попал в сборную. Какова вероятность того, что это студент из второй группы.

8. Проводится серия испытаний прибора, который при каждом испытании ломается с постоянной вероятностью  $p$ . После первой поломки прибор ремонтируют, после второй признают негодным. Найти вероятность того, что:



- а) прибор не будет признан негодным после пяти испытаний;
- б) прибор будет признан негодным на седьмом испытании.

### Тема 3. Случайные величины, способы их задания и числовые характеристики

#### План:

1. Понятие дискретной случайной величины.
2. Ряд распределения.
3. Многоугольник распределения.
4. Функция распределения.
5. Числовые характеристики (математическое ожидание, дисперсия, среднее квадратическое отклонение).

#### Типовые задачи:

1. К случайной величине  $X$  прибавили постоянную, не случайную величину  $a$ . Как от этого изменятся ее характеристики: 1) математическое ожидание; 2) дисперсия; 3) среднее квадратическое отклонение.

2. Случайную величину  $X$  умножили на  $a$ . Как от этого изменятся ее характеристики:

3. 1) математическое ожидание; 2) дисперсия; 3) среднее квадратическое отклонение?

4. Производится один опыт, в результате которого может появиться или не появиться событие  $A$ ; вероятность события  $A$  равна  $p$ . Рассматривается случайная величина  $X$ , равная единице, если событие  $A$  произошло, и нулю, если не произошло (число появлений события  $A$  в данном опыте). Построить ряд распределения случайной величины  $X$  и ее функцию распределения, найти ее математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратическое отклонение.

5. Два стрелка стреляют каждый по своей мишени, делая независимо друг от друга по одному выстрелу. Вероятность попаданий в мишень для первого стрелка  $p_1$  для второго  $p_2$ . Рассматриваются две случайные величины:

$X_1$  — число попаданий первого стрелка;

$X_2$  — число попаданий второго стрелка и их разность  $Z = X_1 - X_2$ .

Построить ряд распределений случайной величины  $Z$  и найти ее характеристики  $m_z$  и  $D_z$ .

### Тема 4. Основные законы распределения случайных величин

#### План:

1. Формула Бернулли.
2. Биномиальный закон распределения.
3. Распределение Пуассона.
4. Предельный переход биномиального закона в закон Пуассона.

#### Типовые задачи:

1. В библиотеке имеются книги только по технике и математике. Вероятность того, что любой читатель возьмет книгу по технике - 0.7, по математике - 0.3. Определить вероятность того, что из пяти читателей книгу по математике возьмут не менее трех, если каждый читатель берет только одну книгу.

2. В наблюдениях Резерфорда и Гейгера радиоактивное вещество за промежуток времени 15 секунд испускало в среднем 7.5  $\alpha$ -частиц. Найти вероятность того, что за 2 секунды это вещество испустит хотя бы одну  $\alpha$ -частицу.

3. Производители карманных калькуляторов знают из опыта, что 1% произведенных и проданных калькуляторов имеют дефекты и их должны заменить по гарантии. Большая аудиторская фирма купила 500 калькуляторов. Какова вероятность, что три или больше калькуляторов придется заменить?

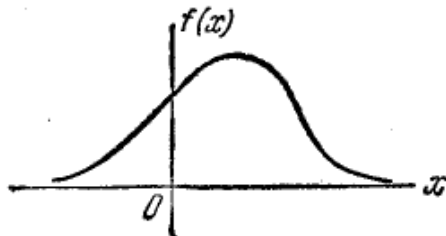
## Тема 5. Системы случайных величин

### План:

1. Понятие непрерывной случайной величины.
2. Функция распределения.
3. Плотность распределения.
4. Числовые характеристики (математическое ожидание, дисперсия, среднее квадратическое отклонение).
5. Равномерное распределение.
6. Нормальный закон распределения.
7. Предельный переход биномиального закона в нормальный закон распределения.

### Типовые задачи:

1. Рассматривая неслучайную величину  $a$  как частный вид случайной, построить для нее функцию распределения, найти для нее математическое ожидание, дисперсию и третий начальный момент.
2. Дан график плотности распределения  $f(x)$  случайной величины  $X$ . Как изменится этот график, если: а) прибавить к случайной величине 1; б) вычесть из случайной величины 2; в) умножить случайную величину на 2; г) изменить знак величины на обратный?



3. Время ожидания поезда метро 0 – 2 мин. Любое время ожидания поезда в этих пределах равновероятно. Подсчитать вероятность того, что в очередной раз придется ждать от 1,25 до 1,75 минут. Сколько в среднем уходит на ожидание поезда метро за 30 дней у человека, пользующегося метро 2 раза в день?
4. Ошибка прогноза температуры воздуха, есть случайная величина с  $m=0$ ,  $\sigma=2^\circ$ . Найти вероятность того, что в течение недели ошибка прогноза трижды превысит по абсолютной величине  $4^\circ$ .
5. В кафе самообслуживания 90 мест. Его обслуживают 3 кассы. Найти вероятность того, что в одну из касс выстроится очередь более чем из 35 человек.

## Тема 6. Закон больших чисел

### План:

1. Теорема Пуассона
2. Центральная предельная теорема
3. Теорема Ляпунова
4. Теорема Бернулли.
5. Закон больших чисел.

### Типовые задачи:

1. Оцените вероятность того, что  $\left| \frac{|X|}{n} - M[X] \right| < 0,2$ , если  $D[X] = 0,01$ .
2. Дано  $P\left\{ \left| \frac{|X|}{n} - M[X] \right| < \varepsilon \right\} \geq 0,8$  и  $D[X] = 0,004$ . Используя неравенство Чебышева, оценить  $\varepsilon$  снизу.
3. В осветительную сеть параллельно включено 20 ламп. Вероятность того, что за время  $T$  лампа будет включена, равна 0,8. Пользуясь неравенством Чебышева, оценить вероятность того, что абсолютная величина разности между числом включенных ламп и

средним числом включенных ламп за время  $T$  окажется: а) меньше трех; б) не меньше трех.

4. Используя неравенство Чебышева, оценить вероятность того, что

5.  $\frac{|X - M[X]|}{\sqrt{D[X]}} < 0,1$ , если  $D[X] = 0,001$ .

6. Изготовлена партия деталей. Среднее значение длины детали равно 30 см, а среднее квадратическое отклонение равно 0,2 см. Оцените снизу вероятность того, что длина наудачу взятой детали окажется не менее 29,5 см и не более 30,5 см.

7. Дисперсия каждой из 1000 независимых случайных величин равна 4. Оцените вероятность того, что отклонение средней арифметической этих случайных величин от средней арифметической их математических ожиданий по абсолютной величине не превысит 0,2.

### Тема 7. Основные понятия математической статистики

#### План:

1. Оценка параметров генеральной совокупности.
2. Проверка статистических гипотез (некоторых априорных предположений).

#### Типовые задачи:

1. Через каждый час измерялось напряжение тока в электросети. При этом были получены следующие значения (В):

227 219 215 230 232 223 220 222 218 219 222 221 227 226 226 209 211 215 218 220  
216 220 220 221 225 224 212 217 219 220.

Построить статистическое распределение и начертить полигон.

2. Наблюдения за сахаром крови у 50 человек дали такие результаты:

3.94 3.84 3.86 4.06 3.67 3.97 3.76 3.61 3.96 4.04

3.82 3.94 3.98 3.57 3.87 4.07 3.99 3.69 3.76 3.71

3.81 3.71 4.16 3.76 4.00 3.46 4.08 3.88 4.01 3.93

3.92 3.89 4.02 4.17 3.72 4.09 3.78 4.02 3.73 3.52

3.91 3.62 4.18 4.26 4.03 4.14 3.72 4.33 3.82 4.03

Построить по этим данным интервальный вариационный ряд с равными интервалами (I - 3.45-3.55; II - 3.55-3.65 и т. д.) и изобразить его графически, начертить гистограмму.

### Тема 8. Статистическая оценка параметров распределения

#### План:

1. Статистические оценки параметров распределения: состоятельные и несмещенные оценки для математического ожидания и дисперсии.

2. Точные распределения некоторых выборочных характеристик: распределение  $\chi^2$ ; распределение t (Стьюдента).

#### Типовые задачи:

Задача 1.

Из большой группы предприятий одной из отраслей промышленности случайным образом отобрано 30, по которым получены показатели основных фондов в млн. руб.: 2; 3; 2; 4; 5; 2; 3; 3; 6; 4; 5; 4; 6; 5; 3; 4; 2; 4; 3; 3; 5; 4; 6; 4; 5; 3; 4; 3; 2; 4.

Составить дискретное статистическое распределение выборки.

Найти объем выборки.

Составить распределение относительных частот.

Построить полигон частот.

Составить эмпирическую функцию распределения и построить ее график.

Найти несмещенные оценки числовых характеристик случайной величины.

Задача 2.

Выборочно обследование 30 предприятий машиностроительной промышленности по валовой продукции и получены следующие данные, в млн. руб.:

18,0; 12,0; 11,9; 1,9; 5,5; 14,6; 4,8; 5,6; 4,8; 10,9; 9,7; 7,2; 12,4; 7,6;  
9,7; 11,2; 4,2; 4,9; 9,6; 3,2; 8,6; 4,6; 6,7; 8,4; 6,8; 6,9; 17,9; 9,6;  
14,8; 15,8.

Составить интервальное распределение выборки с началом  $x_0 = 1$  и длиной частичного интервала  $h = 3$ . Построить гистограмму частот.

## Тема 9. Статистическая гипотеза

**План:**

1. Сравнение двух дисперсий нормальных генеральных совокупностей.
2. Сравнение двух средних нормальных генеральных совокупностей с известными дисперсиями.

**Типовые задачи:**

1. Утверждается, что шарики для подшипников, изготовленные автоматическим станком, имеют средний диаметр 10 мм. Используя односторонний критерий с  $\alpha=0,05$ , проверить эту гипотезу, если в выборке из  $n$  шариков средний диаметр оказался равным 10,3 мм, а дисперсия известна и равна 1 мм.

2. Из 200 задач первого раздела курса математики, предложенных для решения, абитуриенты решили 130, а из 300 задач второго раздела абитуриенты решили 120. Можно ли при  $\alpha=0,01$  утверждать, что первый раздел школьного курса абитуриенты усвоили лучше, чем второй.

3. Используя критерий Пирсона, при уровне значимости 0,05 проверить, согласуется ли гипотеза о нормальном распределении генеральной совокупности  $X$  по результатам выборки:

$X$  0,3 0,5 0,7 0,9 1,1 1,3 1,5 1,7 1,9 2,1 2,3  
 $N$  7 9 28 27 30 26 21 25 22 9 5

## Варианты контрольных работ

### Вариант 1

1. Экзаменационный билет содержит три вопроса. Вероятность того, что студент ответит на первый вопрос, равна 0,9; на второй вопрос – 0,85 и третий – 0,8. Найти вероятность того, что студент сдаст экзамен, если для этого необходимо ответить хотя бы на два вопроса.

2. Вероятность того, что цель поражена при одном выстреле первым стрелком  $p_1 = 0,3$ , вторым -  $p_2 = 0,6$ . Первый стрелок сделал 2 выстрела, второй – 3 выстрела. Найти вероятность того, что цель не будет поражена.

3. Найти вероятность того, что при бросании трех игральных костей шестерка выпадет на одной кости, если на гранях двух других костей выпадет различное число очков (не равное шести).

4. В пачке 20 перфокарт, помеченных номерами 101, 102, ..., 120 и произвольно расположенных. Перфораторщица наудачу извлекает две карты. Найти вероятность того, что будут извлечены перфокарты с номерами 101 и 120.

5. Отдел технического контроля обнаружил 5 бракованных книг в партии из случайно отобранных 100 книг. Найти относительную частоту появления бракованных книг.

### Вариант 2

1. По цели произведено 20 выстрелов, причем зарегистрировано 18 попаданий. Найти относительную частоту попаданий в цель.

2. На стеллаже библиотеки в случайном порядке расставлено 15 учебников, причем 5 из них в переплете. Библиотекарь берет наудачу 3 учебника. Найти вероятность того, что хотя бы один из взятых учебников окажется в переплете.

3. В ящике 10 деталей, из которых 4 окрашены. Сборщик наудачу взял 3 детали. Найти вероятность того, что хотя бы одна из взятых деталей окрашена.

4. Два стрелка стреляют по мишени. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле для первого стрелка равна 0,7, а для второго – 0,8. Найти вероятность того, что при одном залпе в мишень попадает один из стрелков.

5. Вероятность одного попадания в цель при одном залпе из двух орудий равна 0,38. Найти вероятность поражения цели при одном выстреле первым из орудий, если известно, что для орудия эта вероятность равна 0,8.

### Вариант 3

1. В ящике 10 деталей, среди которых 2 нестандартных. Найти вероятность того, что в наудачу отобранных 6 деталях окажется не более одной нестандартной детали.

2. Найти вероятность совместного поражения цели двумя орудиями, если вероятность поражения цели первым орудием равна 0,8, а вторым – 0,7.

3. В читальном зале имеется 6 учебников по теории вероятностей, из которых 3 в переплете. Библиотекарь наудачу взял 2 учебника. Найти вероятность того, что оба учебника окажутся в переплете.

4. Батарея из трех орудий произвела залп, причем 2 снаряда попали в цель. Найти вероятность того, что первое орудие дало попадание, если вероятность того, что вероятность попадания в цель первым, вторым и третьим орудиями соответственно равны  $p_1=0,4$ ,  $p_2=0,3$ ,  $p_3=0,5$ .

5. Подбрасываются две игральные кости. Требуется: 1) описать множество элементарных случайных событий, 2) найти вероятности событий  $A=\{\text{выпадение двух «шестерок}\}$ ,  $B = \{\text{выпадение хотя бы одной «шестерки}\}$ ,  $C = \{\text{выпадение одной «шестерки}\}$ .

### Вариант 4

1. В контейнере находятся 40 телевизоров, среди которых 5 имеют скрытые дефекты. Найти вероятность того, что 3 наудачу выбранных телевизора не будут иметь дефектов.

2. Аудитор проверяет три счета. Вероятность правильного оформления счета равна 0,9. Найти вероятности событий  $A = \{\text{правильно оформлены три счета}\}$ ,  $B = \{\text{правильно оформлены два счета}\}$ ,  $C = \{\text{правильно оформлен один счет}\}$ ,  $D = \{\text{правильно оформлен хотя бы один счет}\}$ .

3. Инвестор наудачу приобретает акции 2-х фондов из 10. Среди 10 фондов 4 невыгодные. Найти вероятности событий  $A = \{\text{инвестор вкладывает деньги в выгодные фонды}\}$ ,  $B = \{\text{инвестор вкладывает деньги в невыгодные фонды}\}$ ,  $C = \{\text{инвестор вкладывает деньги хотя бы в один выгодный фонд}\}$ .

4. В каждом из двух ящиков содержатся 6 черных и 4 белых шара. Из первого ящика наудачу переложили во второй ящик 1 шар. Найти вероятность того, что два наугад взятых шара из второго ящика будут белыми.

5. На склад поступают однотипные детали с двух заводов – №1 и №2. Завод №1 поставляет 30% деталей, из которых 10% имеют низкое качество. Завод №2 производит детали, из которых 80% имеют высокое качество. Найти вероятность того, что наугад взятая со склада деталь будет высокого качества.

### Вариант 5

1. Из 3-х урн наудачу извлекается один шар в соответствии с правилом: при подбрасывании игральной кости если выпадает 1 очко, то выбирается урна 1; если

выпадает 2, 3 или 4 очка, то выбирается урна 2; если выпадает 5 или 6 очков, то урна 3. В урне 1 находится 10 шаров, из них 2 красных, в урне 2 – 15 шаров, из них 3 красных, в урне 3 – 20 шаров, из них 10 красных. Найти вероятности событий  $A = \{\text{будет извлечен красный шар}\}$ ,  $B = \{\text{извлеченный красный шар принадлежит урне 1}\}$ .

2. В магазине представлена обувь 3-х фабрик: 30% обуви поставила фабрика 1, 25% – фабрика 2, остальную обувь – фабрика 3. Покупатель выбирает обувь наудачу. Процент возврата обуви, изготовленной фабрикой 1 – 3%, фабрикой 2 – 1%, фабрикой 3 – 0,5%. Найти вероятности событий  $A = \{\text{обувь покупателем не будет возвращена}\}$ ,  $B = \{\text{невозвращенная обувь изготовлена фабрикой 3}\}$ .

3. Автомат изготавливает однотипные детали, 5% произведенной продукции оказывается бракованной. Найти вероятность того, что из четырех последовательно изготовленных деталей будут бракованными не более двух.

4. Вероятность поражения стрелком мишени при одном выстреле равна 0,8. Найти вероятность того, что при пяти последовательных выстрелах будет не менее четырех попаданий.

5. Задана плотность распределения вероятностей  $f(x)$  непрерывной случайной величины  $X$ . Требуется:

- 1) определить коэффициент  $A$ ;
- 2) найти функцию распределения  $F(x)$ ;
- 3) схематично построить графики  $F(x)$  и  $f(x)$ ;
- 4) найти математическое ожидание и дисперсию  $X$ ;
- 5) найти вероятность того, что  $X$  примет значение из интервала  $(\alpha, \beta)$ .

$$\text{A) } f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 0, \\ Ax^2 & \text{при } 0 \leq x \leq 2, \\ 0 & \text{при } x > 2. \end{cases}$$

$$\alpha = 1, \quad \beta = 1,7.$$

$$\text{Б) } f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 1, \\ A\sqrt{x} & \text{при } 1 \leq x \leq 4, \\ 0 & \text{при } x > 4. \end{cases}$$

$$\alpha = 2, \quad \beta = 3.$$

$$\text{B) } f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 1, \\ Ax^3 & \text{при } 1 \leq x \leq 2, \\ 0 & \text{при } x > 2. \end{cases}$$

$$\alpha = 1,1 \quad \beta = 1,5.$$

$$\text{Г) } f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 2, \\ A(x+1) & \text{при } 2 \leq x \leq 4, \\ 0 & \text{при } x > 4. \end{cases}$$

$$\alpha = 3, \quad \beta = 3,5.$$

### Вариант 6

1. Задана функция распределения  $F(x)$  непрерывной случайной величины  $X$ .

Требуется:

- 1) найти плотность распределения вероятностей  $f(x)$ ;
- 2) определить коэффициент  $A$ ;
- 3) схематично построить графики  $F(x)$  и  $f(x)$ ;
- 4) найти математическое ожидание и дисперсию  $X$ ;
- 5) найти вероятность того, что  $X$  примет значение из интервала  $(\alpha, \beta)$ .

$$\text{A) } F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 0, \\ Ax^2 & \text{при } 0 \leq x \leq 2, \\ 1 & \text{при } x > 2. \end{cases}$$

$$\alpha = 1, \quad \beta = 2.$$

$$\text{Б) } F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 0, \\ Ax^3 & \text{при } 0 \leq x \leq 4, \\ 1 & \text{при } x > 4. \end{cases}$$

$$\alpha = 2, \quad \beta = 3.$$

$$\begin{array}{l}
 \text{В)} \quad F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 0, \\ Ax^4 & \text{при } 0 \leq x \leq 3, \\ 1 & \text{при } x > 3. \end{cases} \\
 \alpha = 1, \quad \beta = 2.
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{l}
 \text{Г)} \quad F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 0, \\ Ax & \text{при } 0 \leq x \leq 5, \\ 1 & \text{при } x > 5. \end{cases} \\
 \alpha = 2, \quad \beta = 4.
 \end{array}$$

2. Заданы математическое ожидание  $a$  и среднее квадратическое отклонение  $\sigma$  нормально распределенной случайной величины  $X$ . Требуется:

1) написать плотность распределения вероятностей  $f(x)$  и схематично построить ее график;

2) найти вероятность того, что  $X$  примет значение из интервала  $(\alpha, \beta)$ .

21.  $a=1, \quad \sigma=5, \quad \alpha=0,5, \quad \beta=3.$       22.  $a=9, \quad \sigma=5, \quad \alpha=2, \quad \beta=8.$

23.  $a=2, \quad \sigma=4, \quad \alpha=1, \quad \beta=5.$       24.  $a=8, \quad \sigma=3, \quad \alpha=1, \quad \beta=6.$

25.  $a=3, \quad \sigma=2, \quad \alpha=2, \quad \beta=8.$       26.  $a=6, \quad \sigma=4, \quad \alpha=0, \quad \beta=5.$

27.  $a=4, \quad \sigma=4, \quad \alpha=3, \quad \beta=6.$       28.  $a=4, \quad \sigma=6, \quad \alpha=5, \quad \beta=9.$

29.  $a=5, \quad \sigma=6, \quad \alpha=4, \quad \beta=9.$       30.  $a=2, \quad \sigma=3, \quad \alpha=4, \quad \beta=8.$

3. Производится некоторый опыт, в котором случайное событие  $A$  может появиться с вероятностью  $p$ . Опыт повторяют в неизменных условиях  $n$  раз.

$n=900; p=0,3$ . Определить вероятность того, что в 900 опытах событие  $A$  произойдет от 250 до 320 раз.

$n=800; p=0,4$ . Определить вероятность того, что относительная частота появления события  $A$  отклонится от  $p=0,4$  не более, чем на 0,05.

$n=1000; p=0,6$ . Определить вероятность того, что в 1000 опытах событие  $A$  произойдет не менее чем 580 раз.

$n=700; p=0,45$ . Определить вероятность того, что в 700 опытах событие  $A$  произойдет в меньшинстве опытов.

$n=900; p=0,5$ . Определить вероятность того, что в 900 опытах событие  $A$  произойдет в большинстве опытов.

$n=800; p=0,6$ . Определить вероятность того, что в 800 опытах относительная частота появления события  $A$  отклонится от вероятности  $p=0,6$  не более, чем на 0,05.

$n=1000; p=0,4$ . Найти, какое отклонение относительной частоты появления события  $A$  от  $p=0,4$  можно ожидать с вероятностью 0,9.

$p=0,6$ . Определить сколько раз ( $n$ ) надо провести опыт, чтобы с вероятностью большей, чем 0,9 можно было ожидать отклонения относительной частоты появления события  $A$  от  $p=0,6$  не более, чем 0,05.

$n=900; p=0,8$ . Найти вероятность того, что относительная частота появления события  $A$  отклонится от  $p=0,8$  не более, чем на 0,1.

$n=800; p=0,4$ . Определить вероятность того, что в 800 опытах событие  $A$  произойдет от 300 до 400 раз.

4. В результате 10 независимых измерений некоторой величины  $X$ , выполненных с одинаковой точностью, получены опытные данные, приведенные в таблице. Предполагая, что результаты измерений подчинены нормальному закону распределения вероятностей,

оценить истинное значение величины  $X$  при помощи доверительного интервала, покрывающего истинное значение величины  $X$  с доверительной вероятностью 0,95.

№ зад	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$	$x_7$	$x_8$	$x_9$	$x_{10}$
41.	1,2	2,3	2,7	2,1	2,6	3,1	1,8	3,0	1,7	1,4
42.	3,7	4,2	4,4	5,3	3,5	4,0	3,3	3,8	4,1	5,2
43.	5,3	3,7	6,2	3,9	4,4	4,9	5,0	4,1	3,8	4,2
44.	6,3	6,8	4,9	5,5	5,3	5,2	6,1	6,6	6,0	5,7
45.	7,1	6,3	6,2	5,8	7,7	6,8	6,7	5,9	5,7	5,1
46.	7,9	7,7	8,7	8,1	6,3	9,0	7,8	8,3	8,6	8,4
47.	6,3	8,2	8,4	9,1	8,6	8,3	8,9	8,0	9,6	7,9
48.	6,9	7,3	7,1	9,5	9,7	7,9	7,6	9,1	6,6	9,9
49.	8,7	8,9	6,9	9,4	9,3	8,5	9,2	9,9	8,6	6,4
50.	3,1	5,2	3,9	4,4	5,3	5,9	4,2	4,6	4,8	3,9

5. Отдел технического контроля проверил  $n$  партий однотипных изделий и установил, что число  $X$  нестандартных изделий в одной партии имеет эмпирическое распределение, приведенное в таблице, в одной строке которой указано количество  $x_i$  нестандартных изделий в одной партии, а в другой строке – количество  $n_i$  партий, содержащих  $x_i$  нестандартных изделий. Требуется при уровне значимости  $\alpha = 0,05$  проверить гипотезу о том, что случайная величина  $X$  (число нестандартных изделий в одной партии) распределена по закону Пуассона.

№ зад	$n = \sum n_i$	$x_i$	0	1	2	3	4	5
51.	1000	$n_i$	370	360	190	63	14	3
52.	500	$n_i$	70	140	135	95	40	20
53.	1000	$n_i$	380	380	170	58	10	2
54.	500	$n_i$	220	180	75	20	4	1
55.	1000	$n_i$	403	370	167	46	12	2
56.	400	$n_i$	185	180	13	13	7	2
57.	1000	$n_i$	155	265	266	194	83	37
58.	500	$n_i$	194	186	88	26	5	1
59.	1000	$n_i$	440	365	145	41	8	1
60.	500	$n_i$	201	184	85	22	7	1

#### Основная литература

1. Балдин, К.В. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник / К.В. Балдин, В.Н. Башлыков, А.В. Рукосуев. - 2-е изд. - Москва : Издательско-торговая корпорация «Дашков и К°», 2016. - 472 с. : ил. - Библиогр.: с. 433-434.; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=453249> (Электронная библиотечная система «Университетская библиотека ONLINE»)

#### Дополнительная литература

1. Колемаев, В.А. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник / В.А. Колемаев, В.Н. Калинина. - Москва : Юнити-Дана, 2015. - 352 с. : табл. - Библиогр. в



кн. То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=436721> (Электронная библиотечная система «Университетская библиотека ONLINE»)

2. Матальцкий, М.А. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник / М.А. Матальцкий, Г.А. Хацкевич. - Минск : Вышэйшая школа, 2017. - 592 с. - Библиогр. в кн.; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=477424> (Электронная библиотечная система «Университетская библиотека ONLINE»)

### **Информационно-справочные системы, профессиональные базы данных и интернет-ресурсы**

1. Электронная библиотека механико-математического факультета Московского государственного университета [Электронный ресурс]. – Режим доступа: [www.lib.mexmat.ru/books/41](http://www.lib.mexmat.ru/books/41)

2. Библиотека. Наука. Математика [Электронный ресурс]. – Режим доступа: [www.newlibrary.ru](http://www.newlibrary.ru)

3. Российское образование. Федеральный портал [Электронный ресурс]. – Режим доступа: [www.edu.ru](http://www.edu.ru)

4. Математическое Бюро: Решение задач по высшей математике [Электронный ресурс]. – Режим доступа: [www.matburo.ru](http://www.matburo.ru)

5. Профессиональная база данных по экономике [Электронный ресурс]. - Режим доступа: [http://sophist.hse.ru/data\\_access.shtml](http://sophist.hse.ru/data_access.shtml)

6. Профессиональная база данных по экономике [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://www.gks.ru/>

7. СПС «Консультант Плюс», СПС «Гарант» (договор о сотрудничестве от 23.09.2013 г. с ЗАО «Компьютерные технологии» (ПС Гарант)), регистрационный лист зарегистрированного пользователя ЭПС «Система ГАРАНТ» от 16.02.2012 г. №12-40272-000944; договоры с ООО «КонсультантПлюс Марий Эл» №2017-СВ-4 от 28.12.2016 г

#### **2.4. Тематический план для самостоятельной работы**

№ п/п раздела	Наименование разделов и тем	Количество часов
1	2	3
1	Основные понятия теории вероятностей	4/10
2	Основные теоремы теории вероятностей	4/10
3	Случайные величины, способы их задания и числовые характеристики	4/10
4	Основные законы распределения случайных величин	4/10
5	Системы случайных величин	4/10
6	Закон больших чисел	4/10

7	Основные понятия математической статистики	4/10
8	Статистическая оценка параметров распределения	4/8
9	Статистическая гипотеза	4/7
	<b>Итого по курсу:</b>	<b>36/85</b>

### Вопросы для самостоятельной работы

#### Тема 1. Основные понятия теории вероятностей

*План:*

1. Вероятность события. Свойства вероятности.
2. Частота, или статистическая вероятность, события.
3. Принцип практической уверенности.

**Вопросы для устного опроса:**

1. Элементы комбинаторики.
2. Понятие события.
3. Вероятность события (классическое определение вероятности).

#### Тема 2. Основные теоремы теории вероятностей

*План:*

1. Независимость событий. Теорема умножения и следствия из нее.
2. Система гипотез. Формула полной вероятности и теорема Байеса.
3. Принятие решений: байесовский подход.

**Вопросы для устного опроса:**

1. Случайные события как подмножества множества простейших исходов.
2. Сумма событий.
3. Произведение событий.
4. Условная вероятность.
5. Теорема сложения и её следствия.
6. Теорема умножения и её следствия.
7. Полная группа событий (гипотез).
8. Вероятностная оценка гипотез (априорные вероятности).

#### Тема 3. Случайные величины, способы их задания и числовые характеристики

*План:*

1. Случайная величина. Примеры случайных величин.
2. Виды случайных величин (конечные, дискретные, непрерывные).
3. Ряд распределения, многоугольник распределения.
4. Свойства математического ожидания и дисперсии.

**Вопросы для устного опроса:**

1. Формула полной вероятности.
2. Теорема Байеса.
3. Дерево решений.
4. Последовательность случайных испытаний.
5. Формула Бернулли.
6. Понятие дискретной случайной величины.
7. Ряд распределения.
8. Многоугольник распределения.
9. Функция распределения.

10. Числовые характеристики (математическое ожидание, дисперсия, среднее квадратическое отклонение).

#### **Тема 4. Основные законы распределения случайных величин**

*План:*

1. Биномиальное распределение и его параметры.
2. Распределение Пуассона и его параметры.
3. Применение распределения
4. Теоремы Муавра - Лапласа.

**Вопросы для устного опроса:**

1. Формула Бернулли.
2. Биномиальный закон распределения.
3. Распределение Пуассона.
4. Предельный переход биномиального закона в закон Пуассона.
5. Понятие непрерывной случайной величины.

#### **Тема 5. Системы случайных величин**

*План:*

1. Числовые характеристики системы двух случайных величин.
2. Регрессия и корреляция. Коэффициент корреляции и его свойства.
3. Линейная регрессия.

**Вопросы для устного опроса:**

1. Функция распределения.
2. Плотность распределения.
3. Числовые характеристики (математическое ожидание, дисперсия, среднее квадратическое отклонение).
4. Равномерное распределение.
5. Нормальный закон распределения.

#### **Тема 6. Закон больших чисел центральная предельная теорема**

*План:*

1. Неравенство Чебышева.
2. Основные предельные теоремы.
3. Центральная предельная теорема и ее приложения.

**Вопросы для устного опроса:**

1. Предельный переход биномиального закона в нормальный закон распределения.
2. Теорема Пуассона
3. Центральная предельная теорема

#### **Тема 7. Основные понятия математической статистики**

*План:*

1. Генеральная совокупность, выборка из нее.
2. Основные способы организации выборки.
3. Вариационный ряд, статистическое распределение выборки.

**Вопросы для устного опроса:**

1. Теорема Ляпунова
2. Теорема Бернулли.

## **Тема 8. Статистическая оценка параметров распределения**

*План:*

1. Статистические оценки параметров распределения: состоятельные и несмещенные оценки для математического ожидания и дисперсии.

**Вопросы для устного опроса:**

1. Закон больших чисел.
2. Оценка параметров генеральной совокупности.

## **Тема 9. Статистическая гипотеза**

*План:*

1. Статистические гипотезы и их прикладное назначение.
2. Общая задача проверки гипотез. Критическая область и область принятия гипотезы.

**Вопросы для устного опроса:**

1. Проверка статистических гипотез (некоторых априорных предположений).
2. Статистические оценки параметров распределения: состоятельные и несмещенные оценки для математического ожидания и дисперсии.

### **Основная литература**

1. Балдин, К.В. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник / К.В. Балдин, В.Н. Башлыков, А.В. Рукосуев. - 2-е изд. - Москва : Издательско-торговая корпорация «Дашков и К°», 2016. - 472 с. : ил. - Библиогр.: с. 433-434.; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=453249> (Электронная библиотечная система «Университетская библиотека ONLINE»)

### **Дополнительная литература**

1. Колемаев, В.А. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник / В.А. Колемаев, В.Н. Калинина. - Москва : Юнити-Дана, 2015. - 352 с. : табл. - Библиогр. в кн. То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=436721> (Электронная библиотечная система «Университетская библиотека ONLINE»)
2. Матальцкий, М.А. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник / М.А. Матальцкий, Г.А. Хацкевич. - Минск : Вышэйшая школа, 2017. - 592 с. - Библиогр. в кн.; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=477424> (Электронная библиотечная система «Университетская библиотека ONLINE»)

### **Информационно-справочные системы, профессиональные базы данных и интернет-ресурсы**

1. Электронная библиотека механико-математического факультета Московского государственного университета [Электронный ресурс]. – Режим доступа: [www.lib.mexmat.ru/books/41](http://www.lib.mexmat.ru/books/41)
2. Библиотека. Наука. Математика [Электронный ресурс]. – Режим доступа: [www.newlibrary.ru](http://www.newlibrary.ru)

3. Российское образование. Федеральный портал [Электронный ресурс]. – Режим доступа: [www.edu.ru](http://www.edu.ru)
4. Математическое Бюро: Решение задач по высшей математике [Электронный ресурс]. – Режим доступа: [www.matburo.ru](http://www.matburo.ru)
5. Профессиональная база данных по экономике [Электронный ресурс]. - Режим доступа: [http://sophist.hse.ru/data\\_access.shtml](http://sophist.hse.ru/data_access.shtml)
6. Профессиональная база данных по экономике [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://www.gks.ru/>
7. СПС «Консультант Плюс», СПС «Гарант» (договор о сотрудничестве от 23.09.2013 г. с ЗАО «Компьютерные технологии» (ПС Гарант)), регистрационный лист зарегистрированного пользователя ЭПС «Система ГАРАНТ» от 16.02.2012 г. №12-40272-000944; договоры с ООО «КонсультантПлюс Марий Эл» №2017-СВ-4 от 28.12.2016 г

#### **Распределение трудоемкости СРС при изучении дисциплины**

<b>Вид самостоятельной работы</b>	<b>Трудоемкость (час) очная/заочная форма обучения</b>
Подготовка к экзамену	9/16
Проработка конспекта лекций	9/16
Подготовка к практическим (семинарским) занятиям	9/16
Проработка учебной литературы	9/16
Написание рефератов, докладов	9/16
Контроль	18/9

### 3. Оценочные средства и методические рекомендации по проведению промежуточной аттестации

При проведении экзамена по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика» может использоваться устная или письменная форма проведения.

**Примерная структура экзамена по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика»:**

#### 1. устный ответ на вопросы

Студенту на экзамене дается время на подготовку вопросов теоретического характера.

#### 2. выполнение тестовых заданий

Тестовые задания выполняются в течение 30 минут и состоят из 25 вопросов разных типов. Преподаватель готовит несколько вариантов тестовых заданий.

#### 3. выполнение практических заданий

Практических задания выполняются в течение 30 минут. Бланки с задачами готовит и выдает преподаватель.

**Устный ответ студента на экзамене должен отвечать следующим требованиям:**

- научность, знание и умение пользоваться понятийным аппаратом;
- изложение вопросов в методологическом аспектах, аргументация основных положений ответа примерами из современной практики, а также из личного опыта работы;
- осведомленность в важнейших современных проблемах теории вероятностей и математической статистики, знание классической и современной литературы.

**Выполнение практического задания должно отвечать следующим требованиям:**

- Владение профессиональной терминологией;
- Последовательное и аргументированное изложение решения.

#### Критерии оценивания ответов

	Устный ответ	Практическое задание	Тестовые задания
<i>Отлично</i>	знание учебного материала в пределах программы; логическое, последовательное изложение вопроса с опорой на разнообразные источники, с использованием знаний других наук; определение своей позиции в раскрытии различных подходов к рассматриваемой проблеме; показ значения разработки данного теоретического вопроса для педагогической практики	свободное владение профессиональной терминологией; умение высказывать и обосновать свои суждения; студент дает четкий, полный анализ ситуации.	90–100 % правильно выполненных заданий
<i>Хорошо</i>	знание учебного материала в пределах программы; раскрытие	студент владеет профессиональной терминологией,	70–90 % правильно выполненных

	различных подходов к рассматриваемой проблеме; опора при рассмотрении вопроса на обязательную литературу, включение соответствующих примеров из психологической практики	осознанно применяет теоретические знания для решения практического задания, но содержание и форма ответа имеют отдельные неточности; ответ правильный, полный, с незначительными неточностями или недостаточно полный.	заданий
<b>Удовлетворительно</b>	знание учебного материала в пределах программы на основе изучения какого-либо одного подхода к рассматриваемой проблеме	студент допускает неточности в определении понятий, в применении знаний для решения практического задания, не может доказательно обосновать свои суждения; обнаруживается недостаточно глубокое понимание материала.	50–70 % правильно выполненных заданий
<b>Неудовлетворительно</b>	пробелы в знаниях основного учебно-программного материала, принципиальные ошибки в выполнении предусмотренных программой заданий	допущены ошибки в определении понятий, искажен их смысл; студент не может применять знания для решения практического задания.	менее 50% правильно выполненных заданий

**Отметка** за экзамен по предмету выставляется с учетом полученных отметок в соответствии с правилами математического округления.

#### **Рекомендации по проведению экзамена**

1. Студенты должны быть заранее ознакомлены с требованиями к экзамену, критериями оценивания. В результате экзамена студент должен обязательно четко понять, почему он получил именно ту экзаменационную отметку, которая была ему поставлена за его ответ, а не другую.

2. Необходимо выяснить на экзамене, формально или нет владеет студент знаниями по данному предмету. Вопросы при ответе по билету помогут выяснить степень понимания студентом материала, знание им связей излагаемого вопроса с другими

изучавшимися им понятиями, а практические задания – умения применять знания на практике.

3. На экзамене следует выяснить, как студент знает программный материал, как он им овладел к моменту экзамена, как он продумал его в процессе обучения и подготовки к экзамену.

4. При устном опросе целесообразно начинать с легких, простых вопросов, ответы на которые помогут подготовить студента к спокойному размышлению над дальнейшими более трудными вопросами и практическими заданиями.

5. Тестирование по дисциплине проводится либо в компьютерном классе, либо в аудитории на бланке с тестовыми заданиями.

Во время тестирования обучающиеся могут пользоваться калькулятором. Результат каждого обучающегося оценивается в соответствии с оценочной шкалой, приведённой в пункте 3.

6. Выполнение практических заданий осуществляется в учебной аудитории. Результат каждого обучающегося оценивается в соответствии с оценочной шкалой, приведённой в пункте 3.

### **Перечень вопросов к экзамену**

1. Пространство элементарных событий.
2. Случайные события.
3. Вероятность.
4. Классическая вероятность.
5. Схема Бернулли.
6. Гипергеометрическое распределение.
2. Мультиномиальное распределение.
3. Условная вероятность.
4. Независимость событий.
5. Теоремы сложения и умножения вероятностей.
6. Формулы полной вероятности и Байеса.
7. Дискретная случайная величина: определения и примеры.
8. Числовые характеристики случайной величины.
9. Математическое ожидание.
10. Дисперсия.
11. Случайные векторы и функции от случайной величины.
12. Корреляция.
13. Закон больших чисел.
14. Локальная и интегральная теоремы Муавра-Лапласа.
15. Теорема Пуассона.
16. Метод производящих функций.
17. Случайное блуждание на прямой.
18. Задача о разорении игрока.
19. Подходы к общей вероятностной модели.
20. Вероятностная модель произвольного эксперимента.
21. Алгебра и  $\sigma$ -алгебра событий.
22. Вероятность на прямой.
23. Вероятность на плоскости.
24. Случайные величины: определение и примеры.
25. Конструирование случайной величины.
26. Случайные векторы.
27. Случайные векторы ( $n=2$ ).
28. Математическое ожидание случайной величины.
29. Основные неравенства для математического ожидания.



30. Условное математическое ожидание свойства.
  31. Производящие функции: определения и примеры.
  32. Характеристические функции: определения и примеры.
  33. Характеристические функции для классических распределений.
  34. Теоремы непрерывности и единственности.
  35. Локальная предельная теорема в схеме Бернулли и теорема Пуассона (доказательство методом характеристических функций).
  36. Центральная предельная теорема для одинаково распределенных независимых случайных величин.
  37. Центральная предельная теорема в условиях Ляпунова.
  38. Многомерное нормальное распределение. Ковариационная функция и ее свойства.
  39. Линейное преобразование нормально распределенного случайного вектора.
  40. Коэффициент множественной корреляции. Регрессионная модель.
  41. Виды сходимостей случайных величин.
  42. Дискретные цепи Маркова: определения, примеры, классификация состояний.
  43. Эргодическая теорема для конечных цепей.
  44. Марковские процессы с непрерывным временем: определения, примеры.
- Уравнение Колмогорова-Чепмена.
45. Прямые и обратные дифференциальные уравнения Колмогорова.
  46. Пуассоновский процесс, его среднее и корреляционная функция.
  47. Пуассоновский поток событий.
  48. Стационарные случайные процессы.
  49. Основные задачи математической статистики.
  50. Первичная статистическая обработка результатов наблюдений: вариационный ряд, гистограмма, эмпирическая функция распределения.
  51. Несмещенные, эффективные и состоятельные оценки. Метод максимального правдоподобия.
  52. Метод наименьших квадратов.
  53. Доверительные оценки.
  54. Проверка статистических гипотез.
  55. Критерий согласия  $\chi^2$ .
  56. Критерий значимости.
  57. Основные задачи последовательного анализа.
  58. Типичные задачи статистической теории распознавания образов.
  59. Элементы теории выделения сигналов на фоне помех.

### Тест по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика»

#### 0 вариант

1.

1. Дана выборка объема  $n = 60$  :

$x_i$	1	2	3	4
$n_i$	17	15	13	$n_4$

Тогда  $n_4$  равно...

- 1) 15
- 2) 11
- 3) 10
- 4) 14

2.

2. Дана выборка объема  $n = 70$  :

$x_i$	2	3	4	5
$n_i$	18	16	14	$n_4$

Тогда  $n_4$  равно...

- 1) 22
- 2) 12
- 3) 14
- 4) 18

3.

3. Дана выборка объема  $n = 80$  :

$x_i$	3	4	5	6
$n_i$	19	17	15	$n_4$

Тогда  $n_4$  равно...

- 1) 29
- 2) 13
- 3) 18
- 4) 20

4.

4. Дана выборка объема  $n = 60$  :

$x_i$	4	5	6	8
$n_i$	15	13	11	$n_4$

Тогда  $n_4$  равно...

- 1) 21
- 2) 9
- 3) 7
- 4) 15

5.

5. Дана выборка объема  $n = 40$  :

$x_i$	5	6	7	8
$n_i$	14	12	10	$n_4$

Тогда  $n_4$  равно...

- 1) 4
- 2) 8
- 3) 10
- 4) 15

6.

6. Дана выборка объема  $n = 50$  :

$x_i$	6	7	8	9
$n_i$	12	10	8	$n_4$

Тогда  $n_4$  равно...

- 1) 20
- 2) 6
- 3) 30
- 4) 13

7.

7. Дана выборка объема  $n = 80$  :

$x_i$	0	1	2	3
$n_i$	24	22	20	$n_4$

Тогда  $n_4$  равно...

- 1) 14
- 2) 18
- 3) 20
- 4) 27

8.

8. Дана выборка объема  $n = 70$  :

$x_i$	0	1	2	3
$n_i$	21	19	17	$n_4$

Тогда  $n_4$  равно...

- 1) 13
- 2) 15
- 3) 18
- 4) 10

9.

9. Дана выборка объема  $n = 90$  :

$x_i$	2	3	4	5
$n_i$	26	24	22	$n_4$

Тогда  $n_4$  равно...

- 1) 18
- 2) 20
- 3) 23
- 4) 14

10.

10. Дана выборка объема  $n = 100$  :

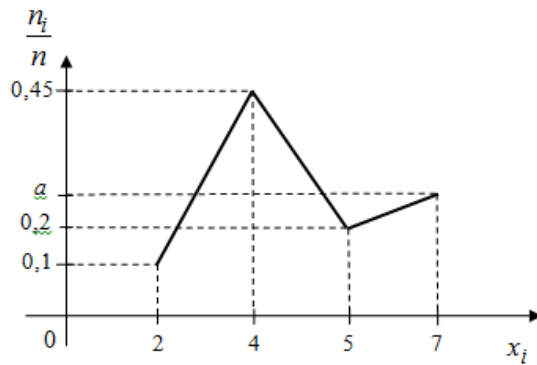
$x_i$	3	4	5	6
$n_i$	25	23	21	$n_4$

Тогда  $n_4$  равно...

- 1) 31
- 2) 19
- 3) 25
- 4) 17

11.

0. По выборке объема  $n = 100$  построен полигон относительных частот:

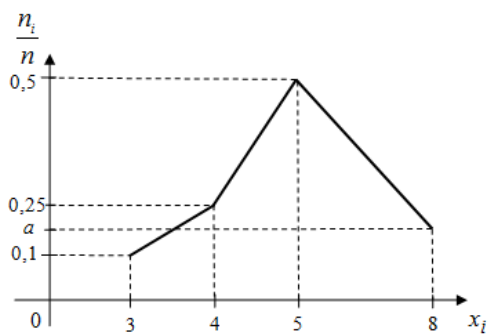


Тогда значение  $a$  равно...

- 1) 0,25
- 2) 0,7
- 3) 0,15
- 4) 0,75

12.

1. По выборке объема  $n = 100$  построен полигон относительных частот:



Тогда значение  $a$  равно...

- 1) 0,15
- 2) 0,8
- 3) 0,2
- 4) 0,85

13.

1. Мода вариационного ряда

$x_i$	0	1	2
$n_i$	14	16	10

равна...

- 1) 1
- 2) 16
- 3) 2
- 4) 10

14.

4. Мода вариационного ряда

$x_i$	3	9	12
$n_i$	17	13	15

равна...

- 1) 3
- 2) 17
- 3) 9
- 4) 15

15.

5. Мода вариационного ряда

$x_i$	1	4	8
$n_i$	19	10	26

равна...

- 1) 8
- 2) 26
- 3) 7
- 4) 10

16. В урне 7 белых и 4 черных шаров. Из урны безвозвратно изымают один за другим 2 шара. Тогда вероятность того, что второй шар белый, если первый был черным, равна...

- 1)  $0,7$   
 $\frac{7}{11}$
- 2)  $\frac{11}{11}$
- 3)  $0,3$   
 $\frac{3}{7}$
- 4)  $\frac{7}{7}$

17. В урне 5 белых и 6 черных шаров. Из урны безвозвратно изымают один за другим 2 шара. Тогда вероятность того, что второй шар черным, если первый был белым, равна...

- 1)  $\frac{5}{5}$   
 $\frac{6}{11}$
- 2)  $\frac{11}{11}$   
 $\frac{2}{5}$
- 3)  $\frac{5}{5}$   
 $\frac{2}{3}$
- 4)  $\frac{2}{3}$

18. В коробке находится 10 кубиков: 3 больших, 5 средних и 2 маленьких. Из нее случайным образом извлечен один кубик. Тогда вероятность того, что этот кубик будет большим или маленьким, равна...

- 1) 0,5

- 2) 0,8
- 3) 0,7
- 4) 0,3

**19. В коробке находится 10 кубиков: 3 больших, 5 средних и 2 маленьких. Из нее случайным образом извлечен один кубик. Тогда вероятность того, что этот кубик будет большим или средним, равна...**

- 1) 0,8
- 2) 0,5
- 3) 0,7
- 4) 0,3

**20. В коробке находится 10 кубиков: 3 больших, 5 средних и 2 маленьких. Из нее случайным образом извлечен один кубик. Тогда вероятность того, что этот кубик будет маленьким или средним, равна...**

- 1) 0,7
- 2) 0,8
- 3) 0,5
- 4) 0,2

**21. В коробке находится 10 кубиков: 3 больших, 4 средних и 3 маленьких. Из нее случайным образом извлечен один кубик. Тогда вероятность того, что этот кубик будет большим или средним, равна...**

- 1) 0,7
- 2) 0,6
- 3) 0,3
- 4) 0,4

**22. В коробке находится 10 кубиков: 3 больших, 4 средних и 3 маленьких. Из нее случайным образом извлечен один кубик. Тогда вероятность того, что этот кубик будет большим или маленьким, равна...**

- 1) 0,6
- 2) 0,7
- 3) 0,3
- 4) 0,4

**23. В коробке находится 10 кубиков: 3 больших, 4 средних и 3 маленьких. Из нее случайным образом извлечен один кубик. Тогда вероятность того, что этот кубик будет маленьким или средним, равна...**

- 1) 0,7
- 2) 0,6
- 3) 0,3
- 4) 0,4

**24. Два лучника стреляют по мишени. Вероятность поражения мишени первым стрелком равна 0,6, а вторым - 0,7. Тогда вероятность поражения мишени при одном выстреле равна ...**

- 1) 0,88
- 2) 0,46
- 3) 0,13
- 4) 0,65

25. Два лучника стреляют по мишени. Вероятность поражения мишени первым стрелком равна 0,8, а вторым - 0,7. Тогда вероятность поражения мишени при одном выстреле равна ...

- 1) 0,94
- 2) 0,38
- 3) 0,15
- 4) 0,75

26.

Независимые дискретные случайные величины  $X$  и  $Y$ , заданы законами распределения вероятностей, представленными таблицами:

X	1	2
p	0,35	0,65

Y	0	4
p	0,2	0,8

Тогда вероятность  $P(X + Y = 1)$  равна...

- 1) 0,07
- 2) 0,55
- 3) 0,35
- 4) 0,13

27.

Дискретная случайная величина  $X$  задана законом распределения вероятностей:

X	1	2
p	0,2	0,8

Тогда дисперсия этой случайной величины равна...

- 1) 0,16
- 2) 3,24
- 3) 1,6
- 4) 3,4

28.

Дискретная случайная величина  $X$  задана законом распределения вероятностей:

X	-1	2
p	0,2	0,8

Тогда дисперсия этой случайной величины равна...

- 1) 1,44
- 2) 1,96
- 3) 2
- 4) 3,4

29.

Дискретная случайная величина  $X$  задана законом распределения вероятностей:

X	-1	1
p	0,1	0,9

Тогда дисперсия этой случайной величины равна...

- 1) 0,36

- 2) 0,64
- 3) 0,2
- 4) 1

**30. Математическое ожидание случайной величины, имеющей показательное распределение с параметром  $\lambda = 10$ , равно...**

- 1) 1/10
- 2) 1/9
- 3) 1/6
- 4) 1/7

### Практические задачи

1. Расписание одного дня состоит из 5 уроков. Определить число вариантов расписания при выборе из 11 дисциплин.

2. В шахматном турнире участвуют 16 человек. Сколько партий должно быть сыграно в турнире, если между любыми двумя участниками должна быть сыграна одна партия?

3. При перевозке ящика, в котором содержались 21 стандартная и 10 нестандартных деталей, утеряна одна деталь. Наудачу извлеченная деталь оказалась стандартной. Найти вероятность того, что утеряна стандартная деталь.

4. В урне лежат  $m$  белых шаров и  $n$  черных. Чему равна вероятность вытащить белый шар?

5. Брошены две игральные кости. Найти вероятность того, что сумма очков на выпавших гранях равна 7.

6. Десять книг наудачу расставляются на книжной полке. Какова вероятность того, что три конкретные из этих десяти книг окажутся стоящими рядом?

7. На отдельных карточках написаны три буквы «а», две буквы «н» и одна буква «с». Ребенок берет карточки в случайном порядке и прикладывает одну к другой все 6 карточек. Какова вероятность того, что получится слово «ананас»?

8. Из 30 студентов 10 имеют спортивные разряды. Какова вероятность того, что выбранные наудачу 3 студента – разрядники?

9. В магазине было продано 21 из 25 холодильников трех марок, имеющих в количествах 5, 7 и 13 штук. Полагая, что вероятность быть проданным для холодильника каждой марки одна и та же, найти вероятность того, что остались нераспроданными холодильники одной марки.

10. Вероятность попадания в цель для первого стрелка равна 0,8, для второго – 0,7, для третьего – 0,9. Какова вероятность того, что в мишени 3 пробоины?

11. Из группы студентов 10% знают английский язык, 5%-французский и 1% - оба языка. Какова вероятность того, что наугад выбранный студент не знает ни одного иностранного языка?

12. Студент знает 20 из 25 вопросов программы. Найти вероятность того, что студент знает предложенные ему экзаменатором 3 вопроса.

13. Вероятность попадания стрелка в мишень при каждом выстреле равна 0,8. Найти вероятность того, что после двух выстрелов мишень окажется поврежденной.

14. На 100 лотерейных билетов приходится 5 выигрышных. Какова вероятность выигрыша хотя бы по одному билету, если приобретено 4 билета.

15. Вероятность попадания стрелка в мишень при одном выстреле равна 0,2. Сколько выстрелов должен сделать стрелок, чтобы с вероятностью не менее 0,9 попасть в цель хотя бы один раз?

16. Вероятность того, что студент сдаст первый экзамен, равна 0,9, второй – 0,9, третий – 0,8. Найти вероятность того, что студентом будут сданы по крайней мере 2 экзамена.



17. Причиной разрыва электрической цепи служит выход из строя элемента  $K_1$  или одновременный выход из строя двух элементов -  $K_2$  и  $K_3$ . Элементы могут выйти из строя независимо друг от друга с вероятностями, равными соответственно 0,1, 0,2, 0,3. Какова вероятность разрыва электрической цепи?

18. В магазин поступила новая продукция с трех предприятий в процентном составе: 20% - продукция первого предприятия, 30% - продукция второго предприятия, 50% - продукция третьего предприятия. Известно, что 10% продукции первого предприятия высшего сорта, второго предприятия - 5%, третьего предприятия - 20% продукции высшего сорта. Найти вероятность того, что случайно купленная нами продукция окажется высшего сорта.

19. Два стрелка независимо друг от друга стреляют по мишени, делая каждый по одному выстрелу. Вероятность попадания в мишень первого стрелка равна 0,8; для второго стрелка - 0,4. После стрельбы в мишени обнаружена одна пробоина. Какова вероятность того, что она принадлежит второму стрелку?

20. Сколько раз надо бросить монету, чтобы с вероятностью 0,6 можно было ожидать, что отклонение относительной частоты появлений герба от вероятности  $p=0,5$  окажется по абсолютной величине не более 0,01?

21. Производится 4 выстрела с вероятностью попадания в цель соответственно 0,6; 0,4; 0,5 и 0,7. Найти математическое ожидание общего числа попаданий.

22. Найти дисперсию дискретной случайной величины  $X$ , заданной законом распределения:

$X$	-5	2	3	4
$p$	0,4	0,3	0,1	0,2

23. Случайная величина  $X$  задана функцией распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq -1, \\ x/3 + 1/3 & \text{при } -1 < x \leq 2, \\ 1 & \text{при } x > 2. \end{cases}$$

Найти вероятность того, что в результате испытания  $X$  примет значение, заключенное в интервале (0;1).

24. Случайная величина задана плотностью распределения

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq -\pi/2 \\ a \cos x & \text{при } -\pi/2 < x \leq \pi/2, \\ 0 & \text{при } x > \pi/2. \end{cases}$$

Найти коэффициент  $a$ .

25. Найти выборочный коэффициент ранговой корреляции Спирмена по данным ранга объектов выборки объема  $n=10$ :

$x_i$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$y_i$	6	4	8	1	2	5	10	3	7	9

26. Генеральная совокупность задана таблицей распределения

$x_i$	2	4	5	6
$N_i$	8	9	10	3

Найти генеральную дисперсию.

27. При перевозке ящика, в котором содержались 21 стандартная и 10 нестандартных деталей, утеряна одна деталь, причем неизвестно какая. Наудачу

- извлеченная деталь оказалась стандартной. Найти вероятность того, что была утеряна нестандартная деталь.
28. Брошены две игральные кости. Найти вероятность того, что сумма очков на выпавших гранях равна десяти.
29. Бросают две игральные кости. Какое событие более вероятно: сумма очков на выпавших гранях равна 11 или сумма очков на выпавших гранях равна 4?
30. Восемь книг наудачу расставляются на книжной полке. Какова вероятность того, что две конкретные из этих книг окажутся стоящими рядом?
31. В мешочке имеется 5 одинаковых кубиков. На всех гранях каждого кубика написана одна из следующих букв: о, п, р, с, т. Найти вероятность того, что на вынутых по одному и расположенных «в одну линию» кубиков можно будет прочесть слово «спорт».
32. В денежно-вещевой лотерее на каждые 10000 билетов разыгрывается 90 вещевых и 60 денежных выигрышей. Чему равна вероятность выигрыша, безразлично денежного или вещевого, для владельца одного лотерейного билета?
33. События А, В, С и D образуют полную группу. Вероятности событий таковы:  $P(A) = 0,1$ ,  $P(B) = 0,4$ ;  $P(C) = 0,3$ . Чему равна вероятность события D?
34. По статистическим данным ремонтной мастерской, в среднем на 20 остановок токарного станка приходится: 10- для смены резца, 3- из-за неисправности привода, 2- из-за несвоевременной подачи заготовок. Остальные остановки происходят по другим причинам. Найти вероятность остановки станка по другим причинам.
35. Завод производит 85% продукции первого сорта и 10% - второго. Остальные изделия считаются браком. Какова вероятность того, что взяв наудачу изделие, мы получим брак?
36. Сколько можно составить сигналов из 9 флажков различного цвета, взятых по три?
37. Сколько трехзначных чисел можно из цифр 4,7,9, если цифра входит в изображение числа только один раз?
38. Сколькими способами можно выбрать две детали из ящика, содержащего 10 деталей?
39. В читальном зале имеется 10 пособий, из которых 6 из основного и 4 из дополнительного списка. Для написания курсовой работы студент взял наудачу 3 пособия. Найти вероятность того, что среди взятых 2 пособия из основного списка
40. На электростанции работают 15 сменных инженеров, из которых 3 женщины. В смену заняты 3 человека. Найти вероятность того, что в случайно выбранной смене окажется не менее двух мужчин.
41. Бросают одновременно две игральные кости. Найти вероятность того, что произведение выпавших очков равно 6.
42. Куб, все грани которого окрашены, распилен на 125 кубиков одинакового размера, которые перемешаны. Найти вероятность того, что кубик, извлеченный наудачу, будет иметь три окрашенные грани.
43. Среди 15 сверл 5 изношенных. Найти вероятность того, что среди трёх наудачу извлеченных сверл хотя бы одно изношенное.
44. Последовательно посланы четыре радиосигнала. Вероятности приёма каждого из них не зависят от того, приняты ли остальные сигналы, и соответственно равны 0,3; 0,4; 0,5; 0,6. Найти вероятность приёма не менее двух сигналов.
45. Три стрелка сделали по одному выстрелу в мишень. Вероятность попадания в мишень первым стрелком равна 0,8, вторыми – 0,7, третьим – 0,6. Найти вероятность того, что в мишени будет одна пробоина.
46. Два спортсмена пытаются выполнить мастера спорта. Вероятность того, что первый выполнит норму – 0,85; второй – 0,9. Найти вероятность того, что норма мастера спорта будет выполнена хотя бы одним из них.

47. В коробке смешаны гаечные ключи трёх типов: 10 – первого типа, 30 – второго, 20 – третьего. Найти вероятность того, что три выбранных наудачу ключа будут одного типа.

48. Радист трижды вызывает корреспондента. Вероятность того, что будет принят первый вызов, равна 0,2; второй – 0,3; третий - 0,4. События, состоящие в том, что данный вызов будет услышан, независимы. Найти вероятность того, что корреспондент услышит вызов.

49. В цехе две бригады. Вероятность выполнения плана первой бригадой 0,8; второй – 0,9. Найти вероятность того, что план будет выполнен только одной бригадой.

50. Блок содержит три микросхемы. Вероятность выйти из строя в течение гарантийного срока для них соответственно равна 0,3, 0,2 и 0,4. Найти вероятность того, что в течение гарантийного срока выйдет из строя не менее двух микросхем.

#### **4. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины**

##### **Основная литература**

1. Балдин, К.В. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник / К.В. Балдин, В.Н. Башлыков, А.В. Рукосуев. - 2-е изд. - Москва : Издательско-торговая корпорация «Дашков и К<sup>о</sup>», 2016. - 472 с. : ил. - Библиогр.: с. 433-434.; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=453249> (Электронная библиотечная система «Университетская библиотека ONLINE»)

##### **Дополнительная литература**

1. Колемаев, В.А. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник / В.А. Колемаев, В.Н. Калинина. - Москва : Юнити-Дана, 2015. - 352 с. : табл. - Библиогр. в кн. То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=436721> (Электронная библиотечная система «Университетская библиотека ONLINE»)

2. Маталыцкий, М.А. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник / М.А. Маталыцкий, Г.А. Хацкевич. - Минск : Вышэйшая школа, 2017. - 592 с. - Библиогр. в кн.; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=477424> (Электронная библиотечная система «Университетская библиотека ONLINE»)

##### **Информационно-справочные системы, профессиональные базы данных и интернет-ресурсы**

1. Электронная библиотека механико-математического факультета Московского государственного университета [Электронный ресурс]. – Режим доступа: [www.lib.mexmat.ru/books/41](http://www.lib.mexmat.ru/books/41)

2. Библиотека. Наука. Математика [Электронный ресурс]. – Режим доступа: [www.newlibrary.ru](http://www.newlibrary.ru)

3. Российское образование. Федеральный портал [Электронный ресурс]. – Режим доступа: [www.edu.ru](http://www.edu.ru)

4. Математическое Бюро: Решение задач по высшей математике [Электронный ресурс]. – Режим доступа: [www.matbuho.ru](http://www.matbuho.ru)

5. Профессиональная база данных по экономике [Электронный ресурс]. - Режим доступа: [http://sophist.hse.ru/data\\_access.shtml](http://sophist.hse.ru/data_access.shtml)

6. Профессиональная база данных по экономике [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://www.gks.ru/>

7. СПС «Консультант Плюс», СПС «Гарант» (договор о сотрудничестве от 23.09.2013 г. с ЗАО «Компьютерные технологии» (ПС Гарант)), регистрационный лист зарегистрированного пользователя ЭПС «Система ГАРАНТ» от 16.02.2012 г. №12-40272-000944; договоры с ООО «КонсультантПлюс Марий Эл» №2017-СВ-4 от 28.12.2016 г

## 5. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Наименование специальных* помещений и помещений для самостоятельной работы	Оснащенность специальных помещений и помещений для самостоятельной работы	Перечень лицензионного программного обеспечения. Реквизиты подтверждающего документа
Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, курсового проектирования, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации (в соответствии с расписанием)	Специализированная мебель, технические средства обучения: переносной ноутбук, мультимедийный проектор, экран	СПС «Консультант Плюс», СПС «Гарант» (договор о сотрудничестве от 23.09.2013 г. с ЗАО «Компьютерные технологии» (ПС Гарант)), регистрационный лист зарегистрированного пользователя ЭПС «Система ГАРАНТ» от 16.02.2012 г. №12-40272-000944; договоры с ООО «КонсультантПлюс Марий Эл» №2017-СВ-4 от 28.12.2016 г., Windows 10 Education, Windows 8, Windows 7 Professional (Microsoft Open License), Office Standart 2007, 2010 (Microsoft Open License), Office Professional Plus 2016 (Microsoft Open License), Kaspersky Endpoint Security (Лицензия №17Е0-171117-092646-487-711, договор №Tr000171440 от 17.07.2017 г.).
Помещение для самостоятельной работы, каб. 302	Специализированная мебель, технические средства обучения: автоматизированные рабочие места, с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационную образовательную среду организации (ASUSTeK Intel(R) Celeron(R) CPU G3930 @ 2.90GHz/4096 (DIMM_B1-4096.00))	СПС «Консультант Плюс», СПС «Гарант» (договор о сотрудничестве от 23.09.2013 г. с ЗАО «Компьютерные технологии» (ПС Гарант)), регистрационный лист зарегистрированного пользователя ЭПС «Система ГАРАНТ» от 16.02.2012 г. №12-40272-000944; договоры с ООО «КонсультантПлюс Марий Эл» №2017-СВ-4 от 28.12.2016 г. Windows 7 Professional (Средства для разработки и проектирования, доступные по подписке Microsoft Imagine Premium). Sys Ctr Endpoint Protection ALNG Subscriptions VL OLVS E 1Month AcademicEdition Enterprise Per User (Сублиц. договор № Tr000171440 от 17.07.2017). Office Standart, 2010 (Microsoft Open License). Архиватор 7-zip (GNU LGPL). Adobe Acrobat Reader DC (Бесплатное ПО). Adobe Flash Player (Бесплатное ПО)

## **6. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины**

### **Методические указания для подготовки к лекционным занятиям**

В ходе лекций преподаватель излагает и разъясняет основные, наиболее сложные для понимания темы, а также связанные с ней теоретические и практические проблемы, дает рекомендации на семинарское занятие и указания на самостоятельную работу.

В ходе лекционных занятий необходимо:

– вести конспектирование учебного материала, обращать внимание на категории, формулировки, раскрывающие содержание тех или иных явлений и процессов, научные выводы и практические рекомендации, положительный опыт в ораторском искусстве. Желательно оставить в рабочих конспектах поля, на которых делать пометки из рекомендованной литературы, дополняющие материал прослушанной лекции, а также подчеркивающие особую важность тех или иных теоретических положений.

– задавать преподавателю уточняющие вопросы с целью уяснения теоретических положений, разрешения спорных ситуаций.

– дорабатывать свой конспект лекции, делая в нем соответствующие записи из литературы, рекомендованной преподавателем и предусмотренной учебной программой – в ходе подготовки к семинарам изучить основную литературу, ознакомиться с дополнительной литературой, новыми публикациями в периодических изданиях журналах, газетах и т.д. При этом учесть рекомендации преподавателя и требования учебной программы.

– подготовить тезисы для выступлений по всем учебным вопросам, выносимым на семинар. Готовясь к докладу или реферативному сообщению, обращаться за методической помощью к преподавателю, составить план-конспект своего выступления, продумать примеры с целью обеспечения тесной связи изучаемой теории с реальной жизнью.

– своевременное и качественное выполнение самостоятельной работы базируется на соблюдении настоящих рекомендаций и изучении рекомендованной литературы. Студент может дополнить список использованной литературы современными источниками, не представленными в списке рекомендованной литературы, и в дальнейшем использовать собственные подготовленные учебные материалы при написании контрольных (РГР), курсовых и выпускных квалификационных работ.

### **Методические указания для подготовки к практическим (семинарским) занятиям**

Начиная подготовку к семинарскому занятию, необходимо, прежде всего, обратить внимание на конспект лекций, разделы учебников и учебных пособий, которые способствуют общему представлению о месте и значении темы в изучаемом курсе. Затем следует поработать с дополнительной литературой, сделать записи по рекомендованным источникам. Подготовка к семинарскому занятию включает 2 этапа:

- 1й этап - организационный;
- 2й этап - закрепление и углубление теоретических знаний. На первом этапе студент планирует свою самостоятельную работу, которая включает:
  - уяснение задания, выданного на самостоятельную работу;
  - подбор рекомендованной литературы;
  - составление плана работы, в котором определяются основные пункты предстоящей подготовки.

Составление плана дисциплинирует и повышает организованность в работе. Второй этап включает непосредственную подготовку студента к занятию. Начинать надо с изучения рекомендованной литературы. Необходимо помнить, что на лекции обычно рассматривается не весь материал, а только его часть. Остальная её часть восполняется в процессе самостоятельной работы. В связи с этим работа с рекомендованной литературой обязательна. Особое внимание при этом необходимо обратить на содержание основных положений и выводов, объяснение явлений и фактов, уяснение практического приложения

рассматриваемых теоретических вопросов. В процессе этой работы студент должен стремиться понять и запомнить основные положения рассматриваемого материала, примеры, поясняющие его, а также разобраться в иллюстративном материале. Заканчивать подготовку следует составлением плана (конспекта) по изучаемому материалу (вопросу). Это позволяет составить концентрированное, сжатое представление по изучаемым вопросам. В процессе подготовки к занятиям рекомендуется взаимное обсуждение материала, во время которого закрепляются знания, а также приобретается практика в изложении и разъяснении полученных знаний, развивается речь. При необходимости следует обращаться за консультацией к преподавателю. Готовясь к консультации, необходимо хорошо продумать вопросы, которые требуют разъяснения.

В начале занятия студенты под руководством преподавателя более глубоко осмысливают теоретические положения по теме занятия, раскрывают и объясняют основные положения выступления.

Записи имеют первостепенное значение для самостоятельной работы обучающихся. Они помогают понять построение изучаемого материала, выделить основные положения и проследить их логику. Ведение записей способствует превращению чтения в активный процесс, мобилизует, наряду со зрительной, и моторную память. Следует помнить: у студента, систематически ведущего записи, создается свой индивидуальный фонд подсобных материалов для быстрого повторения прочитанного, для мобилизации накопленных знаний. Особенно важны и полезны записи тогда, когда в них находят отражение мысли, возникшие при самостоятельной работе. Важно развивать умение сопоставлять источники, продумывать изучаемый материал.

Большое значение имеет совершенствование навыков конспектирования. Преподаватель может рекомендовать студентам следующие основные формы записи план (простой и развернутый), выписки, тезисы. Результаты конспектирования могут быть представлены в различных формах.

План - это схема прочитанного материала, краткий (или подробный) перечень вопросов, отражающих структуру и последовательность материала. Подробно составленный план вполне заменяет конспект.

Конспект - это систематизированное, логичное изложение материала источника. Различаются четыре типа конспектов.

План-конспект - это развернутый детализированный план, в котором достаточно подробные записи приводятся по тем пунктам плана, которые нуждаются в пояснении.

Текстуальный конспект – это воспроизведение наиболее важных положений и фактов источника.

Свободный конспект - это четко и кратко сформулированные (изложенные) основные положения в результате глубокого осмысливания материала. В нем могут присутствовать выписки, цитаты, тезисы; часть материала может быть представлена планом.

Тематический конспект составляется на основе изучения ряда источников и дает более или менее исчерпывающий ответ по какой-то схеме (вопросу).

Ввиду трудоемкости подготовки к семинару следует продумать алгоритм действий, еще раз внимательно прочитать записи лекций и уже готовый конспект по теме семинара, тщательно продумать свое устное выступление.

На семинаре каждый его участник должен быть готовым к выступлению по всем поставленным в плане вопросам, проявлять максимальную активность при их рассмотрении. Выступление должно строиться свободно, убедительно и аргументировано. Необходимо следить, чтобы выступление не сводилось к репродуктивному уровню (простому воспроизведению текста), не допускать и простое чтение конспекта. Необходимо, чтобы выступающий проявлял собственное отношение к тому, о чем он говорит, высказывал свое личное мнение, понимание, обосновывал его и мог сделать правильные выводы из сказанного.



Выступления других обучающихся необходимо внимательно и критически слушать, подмечать особенное в суждениях обучающихся, улавливать недостатки и ошибки. При этом обратить внимание на то, что еще не было сказано, или поддержать и развить интересную мысль, высказанную выступающим студентом. Изучение студентами фактического материала по теме практического занятия должно осуществляться заблаговременно. Под фактическим материалом следует понимать специальную литературу по теме занятия, систему нормативных правовых актов, а также арбитражную практику по рассматриваемым проблемам. Особое внимание следует обратить на дискуссионные теоретические вопросы в системе изучаемого вопроса: изучить различные точки зрения ведущих ученых, обозначить противоречия современного законодательства. Для систематизации основных положений по теме занятия рекомендуется составление конспектов.

Обратить внимание на:

- составление списка нормативных правовых актов и учебной и научной литературы по изучаемой теме;
- изучение и анализ выбранных источников;
- изучение и анализ арбитражной практики по данной теме, представленной в информационно-справочных правовых электронных системах и др.;
- выполнение предусмотренных программой заданий в соответствии с тематическим планом;
- выделение наиболее сложных и проблемных вопросов по изучаемой теме, получение разъяснений и рекомендаций по данным вопросам с преподавателями кафедры на их еженедельных консультациях;
- проведение самоконтроля путем ответов на вопросы текущего контроля знаний, решения представленных в учебно-методических материалах кафедры задач, тестов, написания рефератов и эссе по отдельным вопросам изучаемой темы;

Семинарские занятия завершают изучение наиболее важных тем учебной дисциплины. Они служат для закрепления изученного материала, развития умений и навыков подготовки докладов, сообщений, приобретения опыта устных публичных выступлений, ведения дискуссии, аргументации и защиты выдвигаемых положений, а также для контроля преподавателем степени подготовленности обучающихся по изучаемой дисциплине.

#### **Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины для самостоятельной работы**

Методика организации самостоятельной работы студентов зависит от структуры, характера и особенностей изучаемой дисциплины, объема часов на ее изучение, вида заданий для самостоятельной работы студентов, индивидуальных особенностей студентов и условий учебной деятельности.

При этом преподаватель назначает студентам варианты выполнения самостоятельной работы, осуществляет систематический контроль выполнения студентами графика самостоятельной работы, проводит анализ и дает оценку выполненной работы.

Самостоятельная работа обучающихся осуществляется в аудиторной и внеаудиторной формах. Самостоятельная работа обучающихся в аудиторное время может включать:

- конспектирование (составление тезисов) лекций, выполнение контрольных работ;
- решение задач;
- работу со справочной и методической литературой;
- работу с нормативными правовыми актами;
- выступления с докладами, сообщениями на семинарских занятиях;
- защиту выполненных работ;

- участие в оперативном (текущем) опросе по отдельным темам изучаемой дисциплины;
  - участие в собеседованиях, деловых (ролевых) играх, дискуссиях, круглых столах, конференциях;
  - участие в тестировании и др.
- Самостоятельная работа обучающихся во внеаудиторное время может состоять из:
- повторение лекционного материала;
  - подготовки к семинарам (практическим занятиям);
  - изучения учебной и научной литературы;
  - изучения нормативных правовых актов (в т.ч. в электронных базах данных);
  - решения задач, выданных на практических занятиях;
  - подготовки к контрольным работам, тестированию и т.д.;
  - подготовки к семинарам устных докладов (сообщений);
  - подготовки рефератов, эссе и иных индивидуальных письменных работ по заданию преподавателя;
  - выполнения курсовых работ, предусмотренных учебным планом;
  - выделение наиболее сложных и проблемных вопросов по изучаемой теме, получение разъяснений и рекомендаций по данным вопросам с преподавателями кафедры на их еженедельных консультациях;
  - проведение самоконтроля путем ответов на вопросы текущего контроля знаний, решения представленных в учебно-методических материалах кафедры задач, тестов;
  - написания рефератов и эссе по отдельным вопросам изучаемой темы.
  - подготовки к семинарам устных докладов (сообщений);
  - подготовки рефератов, эссе и иных индивидуальных письменных работ по заданию преподавателя;
  - выполнения курсовых работ, предусмотренных учебным планом;
  - выполнения выпускных квалификационных работ и др.
  - выделение наиболее сложных и проблемных вопросов по изучаемой теме, получение разъяснений и рекомендаций по данным вопросам с преподавателями кафедры на их еженедельных консультациях;
  - проведение самоконтроля путем ответов на вопросы текущего контроля знаний, решения представленных в учебно-методических материалах кафедры задач, тестов;
  - написания рефератов и эссе по отдельным вопросам изучаемой темы.