

АНО ВО «Межрегиональный открытый социальный институт»

УТВЕРЖДАЮ
Декан факультета экономики и
информационной безопасности
Т.А. Сафина
Протокол заседания Совета факультета
№ 2 «1» сентября 2017 г.

УТВЕРЖДАЮ
Зав. кафедрой информационной
безопасности
Т.М. Гусакова
Протокол заседания кафедры
№ 1 «1» сентября 2017 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

по дисциплине	<u>Линейная алгебра</u> (наименование)
образовательная программа	<u>38.03.01 Экономика «Финансы и кредит»</u>
форма обучения	<u>очная, заочная</u>

ПРОГРАММА РАЗРАБОТАНА

старший преподаватель
Зебрева Е.О.
(должность, Ф. И. О., ученая степень,
звание автора(ов) программы)

Йошкар-Ола, 2017

Содержание

1. Пояснительная записка.....	3
2. Структура и содержания дисциплины	6
3. Оценочные средства и методические рекомендации по проведению промежуточной аттестации	23
4. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины.....	35
5. Материально-техническое обеспечение дисциплины	37
6. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины	38

1. Пояснительная записка

Цель изучения дисциплины: формирование навыков построения линейных моделей экономики и их анализа для интерпретации полученных результатов в область принятия профессиональных решений.

Место дисциплины в учебном плане:

Предлагаемый курс относится к дисциплинам базовой части образовательной программы 38.03.01 Экономика. Финансы и кредит.

Дисциплина «Линейная алгебра» обеспечивает овладение следующими компетенциями:

начинает формирование общепрофессиональной компетенции:

способность осуществлять сбор, анализ и обработку данных, необходимых для решения профессиональных задач (ОПК-2) – 1/1 этап.

Этапы формирования компетенции (очная форма обучения)

Код компетенции	Формулировка компетенции	Учебная дисциплина	Семестр	Этап
ОПК-2	способностью осуществлять сбор, анализ и обработку данных, необходимых для решения профессиональных задач	Линейная алгебра	1,2	1
		Математический анализ	2,3	2
		Теория вероятностей и математическая статистика	3	3
		Эконометрика	4	4
		Статистика	4	4
		Учебная практика (практика по получению первичных профессиональных умений и навыков, в том числе первичных умений и навыков научно-исследовательской деятельности)	5	5
		Экономический анализ финансово-хозяйственной деятельности	6	6
		Финансовый анализ деятельности банков и страховых организаций	7	7
		Производственная практика (практика по получению профессиональных	7	7

		умений и опыта профессиональной деятельности)		
		Производственная практика (преддипломная)	8	8
		Защита выпускной квалификационной работы, включая подготовку к процедуре защиты и процедуру защиты	8	

Этапы формирования компетенции (заочная форма обучения)

Код компетенции	Формулировка компетенции	Учебная дисциплина	Семестр	Этап
ОПК-2	способностью осуществлять сбор, анализ и обработку данных, необходимых для решения профессиональных задач	Линейная алгебра	1,2	1
		Математический анализ	3	2
		Теория вероятностей и математическая статистика	3	2
		Эконометрика	4	3
		Статистика	4	3
		Учебная практика (практика по получению первичных профессиональных умений и навыков, в том числе первичных умений и навыков научно-исследовательской деятельности)	6	4
		Экономический анализ финансово-хозяйственной деятельности	8	5
		Финансовый анализ деятельности банков и страховых организаций	9	6
		Производственная практика (практика	8	5

		по получению профессиональных умений и опыта профессиональной деятельности)		
		Производственная практика (преддипломная)	10	7
		Защита выпускной квалификационной работы, включая подготовку к процедуре защиты и процедуру защиты	10	

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

ОПК-2	<p>Знать:</p> <ul style="list-style-type: none"> - основные математические понятия и методы, применяемые при построении и анализе линейных моделей экономики; - математический инструментарий, используемый в офисных, специализированных и математических пакетах прикладных программ. <p>Уметь:</p> <ul style="list-style-type: none"> - строить и анализировать линейные модели экономики (линейную балансовую модель Леонтьева «затраты-выпуск», линейную модель международной торговли); - интерпретировать результаты анализа линейной экономической модели; - пользоваться наиболее распространенными офисными и математическими пакетами прикладных программ. <p>Владеть:</p> <ul style="list-style-type: none"> - методами анализа и обработки данных, необходимых для решения профессиональных задач экономики; - основными математическими методами, используемыми при построении расчетного инструментария в офисных и математических пакетах прикладных программ.
-------	--

Формы текущего контроля успеваемости студентов: устный опрос; контрольная работа; практические задания.

Формы промежуточной аттестации: зачет, экзамен.

2. Структура и содержания дисциплины

Трудоемкость 8 зачетных единиц, 288 часа, из них:

очная форма обучения: 44 лекционных, 96 практических, 112 часов самостоятельной работы, 36 часов контроль.

заочная форма обучения: 10 лекционных, 12 практических, 257 часа самостоятельной работы, 9 часов контроль.

2.1. Тематический план учебной дисциплины (очная форма обучения)

№ п/п раздела	Наименование разделов и тем	Количество часов по учебному плану				
		Всего	Виды учебной работы			
			Аудиторная работа			Самостоятельная работа
			Лекции	Практические (семинарские) занятия	Лабораторные занятия	
1	2	3	4	5	6	7
1	Системы линейных уравнений. Метод Гаусса.	34	4	12	-	18
2	Матрицы. Операции над матрицами.	34	4	12	-	18
3	Определитель матрицы. Миноры.	36	6	12	-	18
4	Обратные матрицы. Метод Крамера.	36	6	12	-	18
5	Ранг матрицы.	31	6	12	-	13
6	Общий метод решения системы линейных уравнений.	27	6	12	-	9
7	Комплексные числа и многочлены.	27	6	12	-	9
8	Квадратичные формы.	27	6	12	-	9
	Итого по дисциплине:	252	44	96		112

(заочная форма обучения)

№ п/п раздела	Наименование разделов и тем	Количество часов по учебному плану				
		Всего	Виды учебной работы			
			Аудиторная работа			Самостоятельная работа
			Лекции	Практические (семинарские) занятия	Лабораторные занятия	
1	2	3	4	5	6	7
1	Системы линейных уравнений. Метод Гаусса.	35	-	2	-	33
2	Матрицы. Операции над матрицами.	35	2	-	-	33
3	Определитель матрицы. Миноры.	37	2	2	-	33
4	Обратные матрицы. Метод Крамера.	37	2	2	-	33
5	Ранг матрицы.	37	2	2	-	33
6	Общий метод решения системы линейных уравнений.	37	2	2	-	33
7	Комплексные числа и многочлены.	35	-	2	-	33
8	Квадратичные формы.	26	-	-	-	26
	Итого по дисциплине:	279	10	12		257

2.2. Тематический план лекций:

№ п/п раздела	Наименование разделов и тем	Количество часов
1	2	3
1	Системы линейных уравнений. Метод Гаусса.	4/-
2	Матрицы. Операции над матрицами.	4/2
3	Определитель матрицы. Миноры.	6/2
4	Обратные матрицы. Метод Крамера.	6/2
5	Ранг матрицы.	6/2
6	Общий метод решения системы линейных уравнений.	6/2
7	Комплексные числа и многочлены.	6/-
8	Квадратичные формы.	6/-
	Итого по дисциплине:	44/10

Содержание лекционных занятий

Тема 1. Системы линейных уравнений. Метод гаусса

План:

1. Системы линейных уравнений: определение, примеры.
2. Свойства систем уравнений: совместность, несовместность, определенность, неопределенность.
3. Частные и общее решения.
4. Эквивалентность систем, элементарные преобразования, сохраняющие эквивалентность систем.
5. Метод исключения неизвестных (метод Гаусса).

Тема 2. Матрицы. Операции над матрицами.

План:

1. Матрицы. Определение, примеры.
2. Операции над матрицами, особенности алгебры матриц.
3. Матричный полином.
4. Основные свойства операций над матрицами.
5. Некоммутативность умножения матриц.
6. Транспонирование матриц.

Тема 3. Определитель матрицы. Миноры

План:

1. Определители квадратных матриц: определение и основные свойства.
2. Определитель матрицы 2, 3-го порядка. Правило «треугольников» (правило Звезды).
3. Перестановки. Общая формула для вычисления определителей n-го порядка.
4. Миноры и алгебраические дополнения.
5. Теорема Лапласа.

Тема 4. Обратные матрицы. Метод Крамера

План:

1. Обратные матрицы.
2. Единственность Обратной матрицы.
3. Свойства Обратной матрицы.
4. Нахождение присоединенной матрицы.
5. Алгоритм построения Обратной матрицы.
6. Решение систем линейных уравнений методом Обратной матрицы.
7. Метод Крамера.

Тема 5. Ранг матрицы

План:

1. Ранг матрицы.
2. Базисный минор матрицы.
3. Теорема о ранге матрицы и ее следствия.
4. Нахождение ранга ступенчатой матрицы.
5. Нахождение ранга расширенной матрицы системы линейных уравнений.
6. Теорема Кронекера-Капелли.

Тема 6. Общий метод решения системы линейных уравнений

План:

1. Однородные и неоднородные системы линейных уравнений.
2. Исследование систем линейных уравнений.
3. Решение неопределенных систем линейных уравнений.
4. Базисные и свободные неизвестные.
5. Свойства множеств решений однородных и неоднородных систем.
6. Структура общего решения неоднородной системы.

Тема 7. Комплексные числа и многочлены

План:

1. Комплексные числа и многочлены.
2. Алгебра комплексных чисел.
3. Алгебраическая форма комплексных чисел.
4. Тригонометрическая форма комплексных чисел.
5. Показательная форма комплексных чисел.
6. Сложение и умножение комплексных чисел.
7. Вычитание и деление комплексных чисел.
8. Формула Муавра.
9. Основная теорема Алгебры.

Тема 8. Квадратичные формы

План:

1. Понятие квадратичной формы. Примеры.
2. Матрично-векторный вид квадратичной формы.
3. Канонический вид квадратичной формы.
4. Положительно и отрицательно определенные квадратичные формы.
5. Критерий Сильвестра.

Основная литература

1. Пантина, И.В. Алгебра и теория чисел : учебное пособие / И.В. Пантина, М.А. Куприянова, С.В. Харитонов. - Москва : Университет «Синергия», 2016. - 161 с. - (Легкий учебник). - Библиогр. в кн. -

URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=455430> (Электронная библиотечная система «Университетская библиотека ONLINE»)

Дополнительная литература

1. Геворкян, П.С. Высшая математика. Линейная алгебра и аналитическая геометрия / П.С. Геворкян. - Москва : Физматлит, 2011. - 207 с. - ISBN 978-5-9221-0860-7 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=82792> (Электронная библиотечная система «Университетская библиотека ONLINE»)
2. Кадомцев, С.Б. Аналитическая геометрия и линейная алгебра / С.Б. Кадомцев. - 2-е изд., испр. и доп. - Москва : Физматлит, 2011. - 168 с. - ISBN 978-5-9221-1290-1 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=69319> (Электронная библиотечная система «Университетская библиотека ONLINE»)
3. Туганбаев, А.А. Линейная алгебра : учебное пособие / А.А. Туганбаев. - Москва : Издательство «Флинта», 2012. - 74 с. - ISBN 978-5-9765-1407-2 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=115141> (Электронная библиотечная система «Университетская библиотека ONLINE»)
4. Ильин, В.А. Линейная алгебра : учебник / В.А. Ильин, Э.Г. Позняк. - 6-е изд., стереотип. - Москва : Физматлит, 2010. - 278 с. - (Курс высшей математики и математической физики. Вып. 4). - ISBN 978-5-9221-0481-4 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=68974> (Электронная библиотечная система «Университетская библиотека ONLINE»)

Информационно-

справочные системы, профессиональные базы данных и интернет-ресурсы

1. Электронная библиотека механико-математического факультета Московского государственного университета [Электронный ресурс]. – Режим доступа: www.lib.mexmat.ru/books/41
2. Библиотека. Наука. Математика [Электронный ресурс]. – Режим доступа: www.newlibrary.ru
3. Российское образование. Федеральный портал [Электронный ресурс]. – Режим доступа: www.edu.ru
4. Математическое Бюро: Решение задач по высшей математике [Электронный ресурс]. – Режим доступа: www.matbuho.ru
5. Профессиональная база данных по экономике [Электронный ресурс]. - Режим доступа: http://sophist.hse.ru/data_access.shtml
6. Профессиональная база данных по экономике [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://www.gks.ru/>
7. СПС «Консультант Плюс», СПС «Гарант» (договор о сотрудничестве от 23.09.2013 г. с ЗАО «Компьютерные технологии» (ПС Гарант)), регистрационный лист зарегистрированного пользователя ЭПС «Система ГАРАНТ» от 16.02.2012 г. №12-40272-000944; договоры с ООО «КонсультантПлюс Марий Эл» №2017-СВ-4 от 28.12.2016 г

2.3. Тематический план практических (семинарских) занятий

№ п/п раздела	Наименование разделов и тем	Количество часов
1	2	3
1	Системы линейных уравнений. Метод Гаусса.	12/2
2	Матрицы. Операции над матрицами.	12/-
3	Определитель матрицы. Миноры.	12/2
4	Обратные матрицы. Метод Крамера.	12/2
5	Ранг матрицы.	12/2
6	Общий метод решения системы линейных уравнений.	12/2
7	Комплексные числа и многочлены.	12/2
8	Квадратичные формы.	12/-
	Итого по дисциплине:	96/12

Содержание практических (семинарских) занятий

Тема 1. Системы линейных уравнений. Метод Гаусса.

Вопросы для изучения:

1. Системы линейных уравнений 2, 3, n-го порядка. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений. 3 типа систем линейных уравнений.

2. Пример постановки задачи. Сведение текстовой задачи (Задача о фермере, 3 варианта) к системам линейных уравнений 3 типов.

Вариант 1: Фермер вложил в прошлом году в зерноводство, животноводство и овощеводство всего 10 млн.д.е. и получил 780 тыс.д.е. прибыли. В текущем году он собирается увеличить вложения в зерноводство в 2 раза, в животноводство в 3 раза, а вложения в овощеводство оставить на прошлогоднем уровне. На все это фермер выделяет 22 млн.д.е. Какую прибыль собирается получить фермер в текущем году, если зерноводство приносит 10% прибыли на вложенные средства, животноводство 8% и овощеводство 6%?

Вариант 2: Рассмотрим задачу из примера 1 со следующими изменениями: зерноводство приносит 8% прибыли на вложенные средства, животноводство 10% и овощеводство 6%.

Вариант 3: Рассмотрим задачу из примера 2 со следующими изменениями: фермер получил 840 тыс.д.е. прибыли.

Практические задания

1. Решите данную систему уравнений методом Крамера:

$$\begin{cases} 2x - 3y - 5z = 1, \\ 3x + y - 2z = -4, \\ x - 2y + z = 5. \end{cases}$$

2. Данную систему уравнений:

а) записать в матричной форме и затем решить с помощью обратной матрицы;

б) решить методом Гаусса

$$\begin{cases} 4x_1 & + 5x_3 & = 8, \\ 2x_1 & + x_2 & + 2x_3 & = 3, \\ x_1 & + 3x_2 & & = -1. \end{cases}$$

3. Исследуйте данную систему уравнений на совместность с использованием теоремы Кронекера-Капелли и решите её, если она совместна:

$$\begin{cases} 5x_1 & - 2x_2 & + 3x_3 & = 2, \\ 2x_1 & + x_2 & & = 8, \\ 8x_1 & - 5x_2 & + 2x_3 & = -4. \end{cases}$$

4. Даны координаты вершин треугольника ABC: A(-8; -3), B(4; -12), C(8; 10).

Найти:

- 1) длину стороны AB;
- 2) уравнения сторон AB и BC и их угловые коэффициенты;
- 3) угол B в радианах с точностью до двух знаков;
- 4) уравнение высоты CD и ее длину;
- 5) уравнение медианы AE и координаты точки K пересечения этой медианы с высотой CD;
- 6) уравнение прямой, проходящей через точку K параллельно стороне AB;
- 7) координаты точки M, расположенной симметрично точке A относительно прямой CD.

5. Даны координаты вершин пирамиды ABCD: A(2; -3; 1), B(6; 1; -1), C(4; 8; -9), D(2; -1; 2). Требуется:

- 1) записать векторы \overrightarrow{AB} , \overrightarrow{AC} и \overrightarrow{AD} в системе орт и найти модули этих векторов;
- 2) найти угол между векторами \overrightarrow{AB} и \overrightarrow{AC} ;
- 3) найти проекцию вектора \overrightarrow{AD} на вектор \overrightarrow{AB} ;
- 4) найти площадь грани ABC;
- 5) найти объем пирамиды ABCD.

6. Даны координаты точек A, B и C: A(3; -1; 5), B(7; 1; 1), C(4; -2; 1).

Требуется:

- 1) составить канонические уравнения прямой AB;
- 2) составить уравнение плоскости, проходящей через точку C перпендикулярно прямой AB, и точку пересечения этой плоскости с прямой AB;
- 3) найти расстояние от точки C до прямой AB.

7. Даны координаты точек A, B, C и M: A(-3; -2; -4), B(-4; 2; -7), C(5; 0; 3), M(-1; 3; 0). Найти:

- 1) уравнение плоскости Q, проходящей через точки A, B и C;
- 2) канонические уравнения прямой, проходящей через точку M перпендикулярно плоскости Q;
- 3) точки пересечения полученной прямой с плоскостью Q;
- 4) расстояние от точки M до плоскости Q.

8. Составить уравнение геометрического места точек, равноудаленных от данной точки A(2; 5) и данной прямой $y = 1$. Полученное уравнение привести к простейшему виду и затем построить кривую.

9. Даны точки A(4; -2), B(2; $\sqrt{7}$) и радиус окружности $R = 2\sqrt{5}$, центр которой находится в начале координат. Требуется:

- 1) составить каноническое уравнение эллипса, проходящего через данные точки A и B ;
- 2) найти полуоси, фокусы и эксцентриситет этого эллипса;
- 3) найти все точки пересечения эллипса с данной окружностью;
- 4) построить эллипс и окружность.

10. Найти действительные числа x и y из уравнения: $(x - y) + (3x + y)i = 3 - 3i$

Тема 2. Матрицы. Операции над матрицами.

Вопросы для изучения:

1. Алгоритм приведения матрицы к ступенчатому виду.
2. Матрицы. Операции над матрицами. Правила умножения матриц.
3. Матричный полином. Транспонирование матриц.

Практические задания

1. Написать матрицы A_m^k и B_k^n в общем виде. Если $C = A * B$, то каковы размеры матрицы C ? Написать выражение для элемента C_{ij}

а) через знак суммирования \sum в) более подробно, без знака суммирования.

2. Как для данной матрицы A_m^k в общем виде будет выглядеть матрица A^T ?

Каковы ее размеры? Выписать те 4 свойства (из 18 Свойств операций над матрицами), где встречается операция транспонирования.

3. Записать Систему Линейных Уравнений для $m=n=3$ в обычном виде.

Выписать все матрицы A, X, B , соответствующие матричной форме записи СЛУ: $A * X = B$

Тема 3. Определитель матрицы. Миноры.

Вопросы для изучения:

1. Свойства умножения матриц. Примеры отсутствия коммутативности умножения матриц.

2. Определитель матрицы 2, 3, n -го порядка. Правило «треугольников» (правило Звезды). Миноры, Теорема Лапласа. Нахождение Присоединенной матрицы.

Практические задания

1. Написать выражение для определителя матрицы второго порядка

$\Delta = |A_2|$ в общем виде.

2. Схематично изобразить Правило Звезды для вычисления определителя матрицы третьего порядка $\Delta = |A_3|$

3. Дать Определение Минора M_{ij} матрицы n -го порядка A_n

4. Написать формулу Алгебраического Дополнения A_{ij} матрицы n -го порядка A_n

Написать выражение для вычисления определителя матрицы третьего порядка $\Delta = |A_3|$ по Теореме Лапласа, то есть разложение по любой строке или любому столбцу: а) либо в общем виде б) либо для любого (уникального) численного примера.

Тема 4. Обратные матрицы. Метод Крамера.

Вопросы для изучения:

1. Вычисление Алгебраических дополнений.
2. Построение Присоединенной матрицы, Обратной матрицы.
1. Решение систем линейных уравнений методом Обратной матрицы.
2. Правило Крамера.
3. Решение систем линейных уравнений методом Обратной матрицы.
4. Решение систем линейных уравнений методом Крамера.
5. Решение Матричных уравнений.

Практические задания

1. Для системы линейных уравнений $A_n X_n^1 = B_n^1, |A| \neq 0$ выписать через алгебраические дополнения A_{ij} присоединенную матрицу A^* .

Выписать формулы обратной матрицы A^{-1} , решения X .

2. Для системы линейных уравнений третьего порядка $AX = B$ выписать по методу Крамера выражения для $\Delta_i, i=1,2,3$ и решение системы линейных

уравнений $X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$ через Δ_i .

3. Дать Определение ранга матрицы (через миноры).
4. Чему равен ранг ступенчатой матрицы?
5. Дать формулировку Теоремы Кронекера-Капелли для системы линейных уравнений $A_m^n X_n^1 = B_m^1$

Тема 5. Ранг матрицы.

Вопросы для изучения:

1. Решение матричных уравнений.
2. Нахождение ранга ступенчатой матрицы. Теорема Кронекера - Капелли.
3. Нахождение ранга расширенной матрицы системы линейных уравнений.

1. Запишите комплексное число Z в алгебраической и тригонометрической формах. Как связаны эти две формы записи

2. Напишите выражение для произведения двух комплексных чисел Z_1, Z_2 , заданных в тригонометрической форме; для частного от деления этих двух комплексных чисел.

3. Напишите Формулу Муавра, - выражение для возведения в степень комплексного числа Z .

4. Выпишите каноническое разложение многочлена $f(Z)$ степени $n \geq 1$ с комплексными коэффициентами.

Тема 6. Общий метод решения системы линейных уравнений.

Вопросы для изучения:

1. Исследование совместности систем линейных уравнений.
2. Нахождение общего решения системы линейных уравнений.
3. Нахождение частного решения системы линейных уравнений.

Практические задания

1. Сформулируйте Основную Теорему Алгебры для многочлена, действующего в комплексном пространстве.

2. Пусть Z – комплексная переменная, $a = |a|(\cos \theta + i \sin \theta)$ – комплексное число. Для уравнения $Z^n = a$ напишите выражение для k различных его корней: $Z_k = \dots$, $k=0, 1, \dots, n-1$

3. Выписать симметрическую матрицу квадратичной формы $\zeta = a_{11} x_1^2 + a_{22} x_2^2 + a_{33} x_3^2 + 2 a_{12} x_1 x_2 + 2 a_{13} x_1 x_3 + 2 a_{23} x_2 x_3$ и записать квадратичную форму в матрично - векторном виде.

Тема 7. Комплексные числа и многочлены.

Вопросы для изучения:

1. Понятие комплексного числа.
2. Алгебраическая, тригонометрическая, показательная формы комплексного числа.
3. Операции над комплексными числами.

Контрольная работа

Вариант 1

1. Написать матрицы A_m^k и B_k^n в общем виде. Если $C = A * B$, то каковы размеры матрицы C ? Написать выражение для элемента C_{ij}

а) через знак суммирования \sum в) более подробно, без знака суммирования.

2. Как для данной матрицы A_m^k в общем виде будет выглядеть матрица A^T ?

Каковы ее размеры? Выписать те 4 свойства (из 18 Свойств операций над матрицами), где встречается операция транспонирования.

3. Записать Систему Линейных Уравнений для $m=n=3$ в обычном виде.

Выписать все матрицы A, X, B , соответствующие матричной форме записи СЛУ: $A * X = B$

Вариант 2

1. Написать выражение для определителя матрицы второго порядка

$\Delta = |A_2|$ в общем виде.

2. Схематично изобразить Правило Звезды для вычисления определителя матрицы третьего порядка $\Delta = |A_3|$

6. Дать Определение Минора M_{ij} матрицы n -го порядка A_n

7. Написать формулу Алгебраического Дополнения A_{ij} матрицы n -го порядка A_n

8. Написать выражение для вычисления определителя матрицы третьего порядка $\Delta = |A_3|$ по Теореме Лапласа, то есть разложение по любой строке или любому столбцу: а) либо в общем виде б) либо для любого (уникального) численного примера.

Вариант 3

1. Для системы линейных уравнений $A_n X_n^1 = B_n^1$, $|A| \neq 0$ выписать через алгебраические дополнения A_{ij} присоединенную матрицу A^* .

Выписать формулы обратной матрицы A^{-1} , решения X .

2. Для системы линейных уравнений третьего порядка $AX = B$ выписать по методу Крамера выражения для Δ_i , $i=1,2,3$ и решение системы линейных

уравнений $X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$ через Δ_i .

9. Дать определение ранга матрицы (через миноры).

10. Чему равен ранг ступенчатой матрицы?

11. Дать формулировку Теоремы Кронекера-Капелли для системы линейных уравнений $A_m^n X_n^1 = B_m^1$

Вариант 4

4. Запишите комплексное число Z в алгебраической и тригонометрической формах. Как связаны эти две формы записи

5. Напишите выражение для произведения двух комплексных чисел Z_1, Z_2 , заданных в тригонометрической форме; для частного от деления этих двух комплексных чисел.

6. Напишите Формулу Муавра, - выражение для возведения в степень комплексного числа Z .

7. Выпишите каноническое разложение многочлена $f(Z)$ степени $n \geq 1$ с комплексными коэффициентами.

Вариант 5

4. Сформулируйте Основную Теорему Алгебры для многочлена, действующего в комплексном пространстве.

5. Пусть Z – комплексная переменная, $a = |a|(\cos \theta + i \sin \theta)$ – комплексное число. Для уравнения $Z^n = a$ напишите выражение для k различных его корней: $Z_k = \dots$, $k=0,1,\dots,n-1$

6. Выписать симметрическую матрицу квадратичной формы $\zeta = a_{11} x_1^2 + a_{22} x_2^2 + a_{33} x_3^2 + 2 a_{12} x_1 x_2 + 2 a_{13} x_1 x_3 + 2 a_{23} x_2 x_3$ и записать квадратичную форму в матрично - векторном виде.

Тема 8. Квадратичные формы.

Вопросы для изучения:

1. Операции над комплексными числами.
2. Нахождение матрично-векторного вида квадратичной формы.
3. Положительная и отрицательная определенность квадратичных форм. Критерий Сильвестра.

Основная литература

1. Пантина, И.В. Алгебра и теория чисел : учебное пособие / И.В. Пантина, М.А. Куприянова, С.В. Харитонов. - Москва : Университет «Синергия», 2016. - 161 с. - (Легкий учебник). - Библиогр. в кн. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=455430> (Электронная библиотечная система «Университетская библиотека ONLINE»)

Дополнительная литература

1. Геворкян, П.С. Высшая математика. Линейная алгебра и аналитическая геометрия / П.С. Геворкян. - Москва : Физматлит, 2011. - 207 с. - ISBN 978-5-9221-0860-7 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=82792> (Электронная библиотечная система «Университетская библиотека ONLINE»)

2. Кадомцев, С.Б. Аналитическая геометрия и линейная алгебра / С.Б. Кадомцев. - 2-е изд., испр. и доп. - Москва : Физматлит, 2011. - 168 с. - ISBN 978-5-9221-1290-1 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=69319> (Электронная библиотечная система «Университетская библиотека ONLINE»)

3. Туганбаев, А.А. Линейная алгебра : учебное пособие / А.А. Туганбаев. - Москва : Издательство «Флинта», 2012. - 74 с. - ISBN 978-5-9765-1407-2 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=115141> (Электронная библиотечная система «Университетская библиотека ONLINE»)

4. Ильин, В.А. Линейная алгебра : учебник / В.А. Ильин, Э.Г. Позняк. - 6-е изд., стереотип. - Москва : Физматлит, 2010. - 278 с. - (Курс высшей математики и математической физики. Вып. 4). - ISBN 978-5-9221-0481-4 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=68974> (Электронная библиотечная система «Университетская библиотека ONLINE»)

Информационно-

справочные системы, профессиональные базы данных и интернет-ресурсы

1. Электронная библиотека механико-математического факультета Московского государственного университета [Электронный ресурс]. – Режим доступа: www.lib.mexmat.ru/books/41

2. Библиотека. Наука. Математика [Электронный ресурс]. – Режим доступа: www.newlibrary.ru

3. Российское образование. Федеральный портал [Электронный ресурс]. – Режим доступа: www.edu.ru

4. Математическое Бюро: Решение задач по высшей математике [Электронный ресурс]. – Режим доступа: www.matbuero.ru

5. Профессиональная база данных по экономике [Электронный ресурс]. - Режим доступа: http://sophist.hse.ru/data_access.shtml

6. Профессиональная база данных по экономике [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://www.gks.ru/>

7. СПС «Консультант Плюс», СПС «Гарант» (договор о сотрудничестве от 23.09.2013 г. с ЗАО «Компьютерные технологии» (ПС Гарант)), регистрационный лист зарегистрированного пользователя ЭПС «Система ГАРАНТ» от 16.02.2012 г. №12-40272-000944; договоры с ООО «КонсультантПлюс Марий Эл» №2017-СВ-4 от 28.12.2016 г

2.4. Тематический план для самостоятельной работы

№ п/п раздела	Наименование разделов и тем	Количество часов
1	2	3
1	Системы линейных уравнений. Метод Гаусса.	18/33
2	Матрицы. Операции над матрицами.	18/33
3	Определитель матрицы. Миноры.	18/33
4	Обратные матрицы. Метод Крамера.	18/33
5	Ранг матрицы.	13/33
6	Общий метод решения системы линейных уравнений.	9/33
7	Комплексные числа и многочлены.	9/33
8	Квадратичные формы.	9/26
	Итого по дисциплине:	112/257

Вопросы для самостоятельной работы

Тема 1. Системы линейных уравнений. Метод гаусса

План:

1. Частные и общее решения.
2. Метод исключения неизвестных (метод Гаусса).

Вопросы для устного опроса:

1. Исследование систем линейных уравнений.
2. Скалярные и векторные величины. Модуль и направление вектора. Проекция вектора на ось.
3. Векторы. Сложение и вычитание векторов.

Тема 2. Матрицы. Операции над матрицами.

План:

1. Основные свойства операций над матрицами.
2. Некоммутативность умножения матриц.
3. Транспонирование матриц.

Вопросы для устного опроса:

1. Действия над матрицами. Обратная матрица.
2. Определители второго и третьего порядка. Определение и вычисление.

Тема 3. Определитель матрицы. Миноры

План:

1. Перестановки. Общая формула для вычисления определителей n -го порядка.
2. Миноры и алгебраические дополнения.
3. Теорема Лапласа.

Вопросы для устного опроса:

1. Свойства определителей на примере определителей третьего порядка.
2. Разложение определителя по элементам строки или столбца. Вычисление определителя четвертого порядка.

Тема 4. Обратные матрицы. Метод Крамера

План:

1. Нахождение присоединенной матрицы.
2. Алгоритм построения Обратной матрицы.
3. Решение систем линейных уравнений методом Обратной матрицы.
4. Метод Крамера.

Вопросы для устного опроса:

1. Скалярное произведение двух векторов. Определение и его свойства. Приложения скалярного произведения.
2. Векторное произведение двух векторов. Определение и его свойства.

Тема 5. Ранг матрицы

План:

1. Нахождение ранга ступенчатой матрицы.
2. Нахождение ранга расширенной матрицы системы линейных уравнений.
3. Теорема Кронекера-Капелли.

Вопросы для устного опроса:

1. Ранг матрицы. Свойства ранга.
2. Теорема Кронекера-Капелли.

Тема 6. Общий метод решения системы линейных уравнений

План:

1. Базисные и свободные неизвестные.
2. Свойства множеств решений однородных и неоднородных систем.
3. Структура общего решения неоднородной системы.

Вопросы для устного опроса:

1. Векторное произведение векторов в координатной форме. Приложения векторного произведения.
2. Смешанное произведение трех векторов. Определение и свойства. Смешанное произведение трех векторов в координатной форме. Приложения смешанного произведения.
3. Общее уравнение прямой на плоскости.
4. Уравнение прямой с угловым коэффициентом.

Тема 7. Комплексные числа и многочлены

План:

1. Сложение и умножение комплексных чисел.
2. Вычитание и деление комплексных чисел.
3. Формула Муавра.
4. Основная теорема Алгебры.

Вопросы для устного опроса:

1. Уравнение прямой, проходящей через данную точку плоскости, в данном направлении. Пучок прямых.
2. Уравнение прямой, проходящей через две данные точки плоскости.
3. Уравнение прямой в отрезках. Нормальное уравнение прямой. Расстояние от точки до прямой на плоскости.

Тема 8. Квадратичные формы

План:

1. Канонический вид квадратичной формы.
2. Положительно и отрицательно определенные квадратичные формы.
3. Критерий Сильвестра.

Вопросы для устного опроса:

1. Расстояние между точками на плоскости.
2. Уравнения окружности.
3. Определение и каноническое уравнение эллипса.
4. Определение и каноническое уравнение гиперболы.
5. Определение и каноническое уравнение параболы.
6. Модель Леонтьева многоотраслевой экономики (балансовый анализ).
7. n-мерный вектор и векторное пространство.
8. Размерность и базис векторного пространства.
9. Переход к новому базису.
10. Линейные операторы.
11. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора.
12. Квадратичные формы.
13. Линейная модель обмена.
14. Комплексные числа: определение, изображение на плоскости. Модуль и аргумент комплексного числа.
15. Действия над комплексными числами.
16. Арифметическая, тригонометрическая и показательная формы комплексного числа.
17. Формула Муавра.

Основная литература

1. Пантина, И.В. Алгебра и теория чисел : учебное пособие / И.В. Пантина, М.А. Куприянова, С.В. Харитонов. - Москва : Университет «Синергия», 2016. - 161 с. - (Легкий учебник). - Библиогр. в кн. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=455430> (Электронная библиотечная система «Университетская библиотека ONLINE»)

Дополнительная литература

1. Геворкян, П.С. Высшая математика. Линейная алгебра и аналитическая геометрия / П.С. Геворкян. - Москва : Физматлит, 2011. - 207 с. - ISBN 978-5-9221-0860-7 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=82792> (Электронная библиотечная система «Университетская библиотека ONLINE»)
2. Кадомцев, С.Б. Аналитическая геометрия и линейная алгебра / С.Б. Кадомцев. - 2-е изд., испр. и доп. - Москва : Физматлит, 2011. - 168 с. - ISBN 978-5-9221-1290-1 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=69319> (Электронная библиотечная система «Университетская библиотека ONLINE»)
3. Туганбаев, А.А. Линейная алгебра : учебное пособие / А.А. Туганбаев. - Москва : Издательство «Флинта», 2012. - 74 с. - ISBN 978-5-9765-1407-2 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=115141> (Электронная библиотечная система «Университетская библиотека ONLINE»)
4. Ильин, В.А. Линейная алгебра : учебник / В.А. Ильин, Э.Г. Позняк. - 6-е изд., стереотип. - Москва : Физматлит, 2010. - 278 с. - (Курс высшей математики и математической физики. Вып. 4). - ISBN 978-5-9221-0481-4 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=68974> (Электронная библиотечная система «Университетская библиотека ONLINE»)

**Информационно-
справочные системы, профессиональные базы данных и интернет-ресурсы**

1. Электронная библиотека механико-математического факультета Московского государственного университета [Электронный ресурс]. – Режим доступа: www.lib.mexmat.ru/books/41
2. Библиотека. Наука. Математика [Электронный ресурс]. – Режим доступа: www.newlibrary.ru
3. Российское образование. Федеральный портал [Электронный ресурс]. – Режим доступа: www.edu.ru
4. Математическое Бюро: Решение задач по высшей математике [Электронный ресурс]. – Режим доступа: www.matburo.ru
5. Профессиональная база данных по экономике [Электронный ресурс]. - Режим доступа: http://sophist.hse.ru/data_access.shtml
6. Профессиональная база данных по экономике [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://www.gks.ru/>
7. СПС «Консультант Плюс», СПС «Гарант» (договор о сотрудничестве от 23.09.2013 г. с ЗАО «Компьютерные технологии» (ПС Гарант)), регистрационный лист зарегистрированного пользователя ЭПС «Система ГАРАНТ» от 16.02.2012 г. №12-40272-000944; договоры с ООО «КонсультантПлюс Марий Эл» №2017-СВ-4 от 28.12.2016 г

Распределение трудоемкости СРС при изучении дисциплины

Вид самостоятельной работы	Трудоемкость (час) очная/заочная форма обучения
Подготовка к экзамену	23/51
Проработка конспекта лекций	23/51
Подготовка к практическим (семинарским) занятиям	23/51
Проработка учебной литературы	23/51
Написание рефератов, докладов	24/51
Контроль	36/9

3. Оценочные средства и методические рекомендации по проведению промежуточной аттестации

При проведении экзамена, зачета по дисциплине «Линейная алгебра» может использоваться устная или письменная форма проведения.

Примерная структура экзамена, зачета по дисциплине «Линейная алгебра»:

1. устный ответ на вопросы

Студенту на экзамене дается время на подготовку вопросов теоретического характера.

2. выполнение тестовых заданий

Тестовые задания выполняются в течение 30 минут и состоят из 25 вопросов разных типов. Преподаватель готовит несколько вариантов тестовых заданий.

3. выполнение практических заданий

Практических задания выполняются в течение 30 минут. Бланки с задачами готовит и выдает преподаватель.

Устный ответ студента на экзамене, зачете должен отвечать следующим требованиям:

- научность, знание и умение пользоваться понятийным аппаратом;
- изложение вопросов в методологическом аспектах, аргументация основных положений ответа примерами из современной практики, а также из личного опыта работы;
- осведомленность в важнейших современных проблемах линейной алгебры, знание классической и современной литературы.

Выполнение практического задания должно отвечать следующим требованиям:

- Владение профессиональной терминологией;
- Последовательное и аргументированное изложение решения.

Критерии оценивания ответов

	Устный ответ	Практическое задание	Тестовые задания
<i>Отлично</i>	знание учебного материала в пределах программы; логическое, последовательное изложение вопроса с опорой на разнообразные источники, с использованием знаний других наук; определение своей позиции в раскрытии различных подходов к рассматриваемой проблеме; показ значения разработки данного теоретического вопроса для практики	свободное владение профессиональной терминологией; умение высказывать и обосновать свои суждения; студент дает четкий, полный анализ ситуации.	90–100 % правильно выполненных заданий
<i>Хорошо</i>	знание учебного материала в пределах программы; раскрытие различных подходов к рассматриваемой	студент владеет профессиональной терминологией, осознанно применяет	70–90 % правильно выполненных заданий

	проблеме; опора при рассмотрении вопроса на обязательную литературу, включение соответствующих примеров из практики	теоретические знания для решения практического задания, но содержание и форма ответа имеют отдельные неточности; ответ правильный, полный, с незначительными неточностями или недостаточно полный.	
Удовлетворительно	знание учебного материала в пределах программы на основе изучения какого-либо одного подхода к рассматриваемой проблеме	студент допускает неточности в определении понятий, в применении знаний для решения практического задания, не может доказательно обосновать свои суждения; обнаруживается недостаточно глубокое понимание материала.	50–70 % правильно выполненных заданий
Неудовлетворительно	пробелы в знаниях основного учебно-программного материала, принципиальные ошибки в выполнении предусмотренных программой заданий	допущены ошибки в определении понятий, искажен их смысл; студент не может применять знания для решения практического задания.	менее 50% правильно выполненных заданий

	Устный ответ	Практическое задание	Тестовые задания
зачтено	знание учебного материала в пределах программы; логическое, последовательное изложение вопроса; определение своей позиции в раскрытии различных подходов к рассматриваемой проблеме;	свободное владение профессиональной терминологией; умение высказывать и обосновать свои суждения; студент дает четкий, полный анализ ситуации.	50-100 % правильно выполненных заданий
не зачтено	пробелы в знаниях основного	допущены ошибки в	До 50 %

	учебно-программного материала, принципиальные ошибки в изложении материала	определении понятий, искажен их смысл; студент не может применять знания для решения практического задания.	правильно выполненных заданий
--	--	---	-------------------------------

Критерии и шкала оценивания уровней освоения компетенций

Шкала оценивания	Шкала оценивания	Шкала оценивания
отлично	высокий	студент, овладел элементами компетенции «знать», «уметь» и «владеть», проявил всесторонние и глубокие знания программного материала по дисциплине, освоил основную и дополнительную литературу, обнаружил творческие способности в понимании, изложении и практическом использовании усвоенных знаний.
хорошо	продвинутый	студент овладел элементами компетенции «знать» и «уметь», проявил полное знание программного материала по дисциплине, освоил основную рекомендованную литературу, обнаружил стабильный характер знаний и умений и проявил способности к их самостоятельному применению и обновлению в ходе последующего обучения и практической деятельности.
удовлетворительно	базовый	студент овладел элементами компетенции «знать», проявил знания основного программного материала по дисциплине в объеме, необходимом для последующего обучения и предстоящей практической деятельности, изучил основную рекомендованную литературу, допустил неточности в ответе на экзамене, но в основном обладает необходимыми знаниями для их устранения при корректировке со стороны экзаменатора.
неудовлетворительно	компетенции не сформированы	студент не овладел ни одним из элементов компетенции, обнаружил существенные пробелы в знании основного программного материала по дисциплине, допустил принципиальные ошибки при применении теоретических знаний, которые не позволяют ему продолжить обучение или приступить к практической деятельности без дополнительной подготовки по данной дисциплине.

Оценка «зачтено» соответствует критериям оценок от «отлично» до «удовлетворительно».

Оценка «не зачтено» соответствует критерию оценки «неудовлетворительно»

Отметка за экзамен по предмету выставляется с учетом полученных отметок в соответствии с правилами математического округления.

Рекомендации по проведению экзамена и зачета

1. Студенты должны быть заранее ознакомлены с требованиями к экзамену и зачету, критериями оценивания. В результате экзамена и зачета студент должен обязательно четко понять, почему он получил именно ту экзаменационную отметку, которая была ему поставлена за его ответ, а не другую.

2. Необходимо выяснить на экзамене и зачете, формально или нет владеет студент знаниями по данному предмету. Вопросы при ответе по билету помогут выяснить степень понимания студентом материала, знание им связей излагаемого вопроса с другими изучаемыми им понятиями, а практические задания – умения применять знания на практике.

3. На экзамене и зачете следует выяснить, как студент знает программный материал, как он им овладел к моменту экзамена и зачета, как он продумал его в процессе обучения и подготовки к экзамену.

4. При устном опросе целесообразно начинать с легких, простых вопросов, ответы на которые помогут подготовить студента к спокойному размышлению над дальнейшими более трудными вопросами и практическими заданиями.

5. Тестирование по дисциплине проводится либо в компьютерном классе, либо в аудитории на бланке с тестовыми заданиями.

Во время тестирования обучающиеся могут пользоваться калькулятором. Результат каждого обучающегося оценивается в соответствии с оценочной шкалой, приведённой в пункте 3.

6. Выполнение практических заданий осуществляется в учебной аудитории. Результат каждого обучающегося оценивается в соответствии с оценочной шкалой, приведённой в пункте 3

Перечень вопросов к экзамену и зачету

1. Линейно зависимые и линейно независимые системы векторов. Свойства линейно зависимой системы векторов. Базис и размерность линейного пространства.

2. Теорема о базисах конечномерного пространства. Следствия.

3. Координаты вектора. Изоморфизм линейных пространств. Преобразование координат вектора при смене базиса.

4. Теорема о ранге матрицы. Вычисление ранга матрицы методом окаймляющих миноров.

5. Определение подпространства. Ранг системы векторов. Теорема о том, что ранг системы векторов равен размерности подпространства, натянутого на эту систему векторов.

6. Теорема Кронекера-Капелли.

7. Теорема о числе решений совместной системы линейных уравнений.

8. Размерность пространства решений однородной системы линейных уравнений.

9. Теорема о нахождении базиса пересечения подпространств.

10. Теорема о размерности суммы и пересечения подпространств.

11. Определение линейного преобразования. Связь между матрицами линейного преобразования в разных базисах.

12. Действия над линейными преобразованиями. Многочлен от линейного преобразования.

13. Ранг и дефект линейного преобразования. Нахождение базисов образа и ядра.

14. Условия невырожденности линейного преобразования.

15. Инвариантные подпространства. Прямая сумма подпространств.

16. Собственные векторы и собственные значения линейного преобразования. Независимость характеристического многочлена линейного преобразования от базиса.

17. Евклидовы векторные пространства. Простейшие свойства скалярного произведения.

18. Процесс ортогонализации. Формула скалярного произведения в ортонормированном базисе.

19. Изоморфизм евклидовых пространств.

20. Ортогональные преобразования и ортогональные матрицы.

21. Симметрические преобразования и симметрические матрицы.

22. Структура симметрического преобразования.
23. Унитарные векторные пространства. Унитарные преобразования и унитарные матрицы. Структура унитарного преобразования.
24. Симметрические преобразования и эрмитовы матрицы. Структура симметрического преобразования.
25. Структура линейного преобразования.
26. Структура ортогонального преобразования.
27. Определение и матричная запись квадратичной формы. Преобразование квадратичной формы при линейной замене переменных.
28. Приведение квадратичной формы к каноническому виду методом Лагранжа.
29. Закон инерции квадратичной формы.
30. Положительно определенная квадратичная форма. Критерий Сильвестра.
31. Приведение квадратичной формы к каноническому виду ортогональным преобразованием.
32. Разложение линейного пространства в прямую сумму двух инвариантных подпространств с помощью многочлена.
33. Разложение линейного пространства в прямую сумму корневых подпространств.
34. Теорема Гамильтона-Кэли.
35. Теорема о жордановой нормальной форме матрицы линейного преобразования.
36. Единственность жордановой нормальной формы матрицы.

Тест по дисциплине «Линейная алгебра»

0 вариант

1. Матрица A размерности 3×4 , матрица B размерности 2×3 . Найдите размерность матрицы $A^T \cdot B^T$

- 1) 4×2
- 2) нет такой матрицы
- 3) 2×4
- 4) 3×3

2. Разложите вектор $\vec{c} = (4; -2)$ по векторам $\vec{a} = (-2; 1)$ и $\vec{b} = (-1; 2)$.

- 1) $\vec{c} = 2\vec{a} - \vec{b}$
- 2) $\vec{c} = -\vec{a}$
- 3) $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$
- 4) $\vec{c} = -3\vec{a} + 2\vec{b}$

3. Дан определитель $\begin{vmatrix} -2 & 1 & 10 \\ -3 & 4 & -8 \\ -1 & 3 & 5 \end{vmatrix}$. Алгебраическое дополнение A_{23} равно:

- 1) 7
- 2) -1
- 3) 5
- 4) 16

4. Найдите площадь параллелограмма, построенного на векторах $\vec{a} = (-3, 2, 1)$, $\vec{b} = (2, 0, 3)$.

- 1) $\sqrt{173}$
- 2) 6

3) $\sqrt{123}$

4) 57

5. В системе линейных алгебраических уравнений матрица A , это

1) побочная матрица системы

2) основная матрица системы

3) свободная матрица

4) союзная матрица

6. Если $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$, то $3A+B$ равно:

1)

$$\begin{pmatrix} 0 & 6 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$$

2)

$$\begin{pmatrix} 0 & 6 \\ 1 & 11 \end{pmatrix}$$

3)

$$\begin{pmatrix} 6 & 0 \\ -1 & 7 \end{pmatrix}$$

4) -6

7. Дан определитель $\begin{vmatrix} 4 & 5 & -6 \\ 2 & 7 & 1 \\ 3 & 4 & 5 \end{vmatrix}$. Минор M_{32} равен:

1) 16

2) -8

3) -16

4) 4

8. Если $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$, то $2A-3B$ равно:

1)

$$\begin{pmatrix} 11 & 4 \\ -3 & 0 \end{pmatrix}$$

2)

$$\begin{pmatrix} -7 & 4 \\ 3 & 12 \end{pmatrix}$$

3)

$$\begin{pmatrix} 11 & 4 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$$

4) 12

9. Найти скалярное произведение векторов \vec{c} и \vec{d} , если $\vec{c} = \vec{a} - \vec{b}$, $\vec{d} = \vec{a} + 2\vec{b}$, и известно $|\vec{a}| = 4$, $|\vec{b}| = 2$, угол между векторами \vec{a} и \vec{b} равен 60° :

1) 5

2) 2

3) 12

4) 13

10. Если $\vec{a} = \vec{i} + 3\vec{j} - 4\vec{k}$, то $|\vec{a}|$ равен:

1) $\sqrt{3}$

2) 0

3) 19

4) $\sqrt{26}$

11. Найти $\vec{a}\vec{b}\vec{c}$, если $\vec{a} = (1, -2, 1)$, $\vec{b} = (4; 2; -3)$, $\vec{c} = (7, -1, -1)$.

1) 26

2) 17

3) 11

4) -24

12. Найти значение матричного многочлена $f(A)$, если $f(x) = 4x^2 - 3x + 8$, $A = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$:

1)

$$\begin{pmatrix} 5 & -17 \\ 2 & 10 \end{pmatrix}$$

2)

$$\begin{pmatrix} -4 & -5 \\ 15 & 6 \end{pmatrix}$$

3)

$$\begin{pmatrix} 1 & -8 \\ 16 & 1 \end{pmatrix}$$

4)

$$\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -5 & 6 \end{pmatrix}$$

13. Если точка $A(1,-2,3)$, точка $B(3,2,-1)$ то длина вектора \overrightarrow{AB} равна:

- 1) 36
- 2) 4
- 3) $\sqrt{20}$
- 4) 6

14. Определитель $\begin{vmatrix} 0 & 2 & 1 \\ -1 & 3 & 4 \\ -11 & 2 & 6 \end{vmatrix}$ равен:

- 1) -28
- 2) 16
- 3) 20
- 4) -45

15. Если $\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - 3\vec{k}$, то $|\vec{a}|$ равен:

- 1) $\sqrt{22}$
- 2) 22
- 3) 4
- 4) 2

16. Из определения векторного произведения непосредственно вытекает следующее соотношение между ортами:

- 1) $\vec{k} \times \vec{k} = \vec{k}^2$
- 2) $\vec{k} \times \vec{i} = -\vec{j}$
- 3) $\vec{k} \times \vec{i} = \vec{j}$
- 4) $\vec{k} \times \vec{i} = 0$

17. Если вектор $\overrightarrow{AB} = (4;-6;-2)$, а точка $B(1,-2,3)$, то точка A имеет координаты:

- 1) $A(3,-4,-5)$
- 2) $A(5,-8,1)$
- 3) $A(-2,2,8)$
- 4) $A(-3,4,5)$

18. Определитель $\begin{vmatrix} x & 1 & 2 \\ 0 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{vmatrix} = 12$, при x равном:

- 1) 3
- 2) 2
- 3) -2
- 4) 7

19. В системе линейных алгебраических уравнений матрица A , это

- 1) свободная матрица

- 2) основная матрица системы
- 3) союзная матрица
- 4) побочная матрица системы

20. Если $\vec{a} = (1, -2, 3)$ $\vec{b} = (4, 2, 0)$, то угол между векторами \vec{a} и \vec{b} равен:

- 1) 45°
- 2) 30°
- 3) 90°
- 4) 0°

21. В системе линейных алгебраических уравнений вектор-столбец B , это

- 1) вектор-столбец из свободных членов
- 2) вектор-столбец из неизвестных
- 3) основной вектор-столбец
- 4) вектор-столбец из коэффициентов

22. Вектор \vec{e} называется

- 1) единичным
- 2) нулевым
- 3) ортом
- 4) направленным

23. Из векторов $\vec{a} = (-2, 4, 6)$ $\vec{b} = (3, 2, -1)$ $\vec{c} = (3, 6, -3)$ выберите тот вектор, который коллинеарен вектору $\vec{l} = (1, -2, -3)$

- 1) только \vec{a}
- 2) нет таких векторов
- 3) только \vec{c}
- 4) только \vec{b}

24. Найти скалярное произведение векторов \vec{c} и \vec{d} , если $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$, $\vec{d} = 2\vec{a} + \vec{b}$, и известно $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 1$, угол между векторами \vec{a} и \vec{b} равен 60° :

- 1) 8
- 2) 11
- 3) 12
- 4) 2

25. Разложить вектор $\vec{c} = (1; -2)$ по векторам $\vec{a} = (4; -1)$ и $\vec{b} = (3; -6)$.

- 1) $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$

$$2) \bar{c} = 2\bar{a} - \bar{b}$$

$$3) \bar{c} = -3\bar{a} + 2\bar{b}$$

$$4) \bar{c} = \frac{1}{3}\bar{b}$$

Практические задания

$$1. \text{ Исследовать на совместность систему } \begin{cases} 2x + 4y = 10 \\ 0.5x + 2y = 5 \end{cases}$$

- 1) Совместна
- 2) Несовместна

2. Если точка $A(1, -2, 3)$, точка $B(3, 2, 1)$ то вектор равен:

- 1) (2; 4; 24)
- 2) (2; 4; -2)
- 3) (2; 4; 24)
- 4) (2; 4; 4)

$$\begin{cases} 3x_1 - 5x_2 = 7 \\ 2x_1 + x_2 = -4 \end{cases}$$

3. Дана система , x_2 равно:

- 1) -1
- 2) 2
- 3) 1
- 4) -2

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ 9 & 10 & 11 & 0 \\ -1 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

4. Ранг матрицы равен

- 1) 4
- 2) 3
- 3) 1
- 4) 2

5. Если совместная система имеет единственное решение, она называется

- 1) равной
- 2) однородной
- 3) эквивалентной
- 4) определенной

6. Решите данную систему уравнений методом Крамера:

$$\begin{cases} 2x - 3y - 5z = 1, \\ 3x + y - 2z = -4, \\ x - 2y + z = 5. \end{cases}$$

7. Данную систему уравнений:

а) записать в матричной форме и затем решить с помощью обратной матрицы;

б) решить методом Гаусса

$$\begin{cases} 4x_1 & + 5x_3 & = 8, \\ 2x_1 & + x_2 & + 2x_3 & = 3, \\ x_1 & + 3x_2 & & = -1. \end{cases}$$

8. Исследуйте данную систему уравнений на совместность с использованием теоремы Кронекера-Капелли и решите её, если она совместна:

$$\begin{cases} 5x_1 & - 2x_2 & + 3x_3 & = 2, \\ 2x_1 & + x_2 & & = 8, \\ 8x_1 & - 5x_2 & + 2x_3 & = -4. \end{cases}$$

9. Даны координаты вершин треугольника ABC: A(-9; -4), B(2; -10), C(2; 8).

Найти:

- 1) длину стороны AB ;
- 2) уравнения сторон AB и BC и их угловые коэффициенты;
- 3) угол B в радианах с точностью до двух знаков;
- 4) уравнение высоты CD и ее длину;
- 5) уравнение медианы AE и координаты точки K пересечения этой медианы с высотой CD ;
- 6) уравнение прямой, проходящей через точку K параллельно стороне AB ;
- 7) координаты точки M , расположенной симметрично точке A относительно прямой CD .

10. Даны координаты вершин пирамиды ABCD: A(4; -5; 3), B(13; 5; -8), C(2; 19; -7), D(5; -9; 12). Требуется:

- 1) записать векторы \overrightarrow{AB} , \overrightarrow{AC} и \overrightarrow{AD} в системе орт и найти модули этих векторов;
- 2) найти угол между векторами \overrightarrow{AB} и \overrightarrow{AC} ;
- 3) найти проекцию вектора \overrightarrow{AD} на вектор \overrightarrow{AB} ;
- 4) найти площадь грани ABC ;
- 5) найти объем пирамиды $ABCD$.

11. Даны координаты точек A, B и C: A(17; -4; 9), B(8; 5; 9), C(3; -5; 1).

Требуется:

- 1) составить канонические уравнения прямой AB ;
- 2) составить уравнение плоскости, проходящей через точку C перпендикулярно прямой AB , и точку пересечения этой плоскости с прямой AB ;
- 3) найти расстояние от точки C до прямой AB .

12. Даны координаты точек A, B, C и M: A(-9; -2; -6), B(-7; 5; -7), C(9; 0; 3), M(-1; 3; 0). Найти:

- 1) уравнение плоскости Q , проходящей через точки A , B и C ;
- 2) канонические уравнения прямой, проходящей через точку M перпендикулярно плоскости Q ;
- 3) точки пересечения полученной прямой с плоскостью Q ;
- 4) расстояние от точки M до плоскости Q .

13. Составить уравнение геометрического места точек, равноудаленных от данной точки $A(7; 9)$ и данной прямой $y = 3$. Полученное уравнение привести к простейшему виду и затем построить кривую.

14. Даны точки $A(5; -9)$, $B(2; \sqrt{7})$ и радиус окружности $R = 3\sqrt{5}$, центр которой находится в начале координат. Требуется:

- 1) составить каноническое уравнение эллипса, проходящего через данные точки A и B ;
- 2) найти полуоси, фокусы и эксцентриситет этого эллипса;
- 3) найти все точки пересечения эллипса с данной окружностью;
- 4) построить эллипс и окружность.

15. Найти действительные числа x и y из уравнения: $(x - y) + (3x + y)i = 3 - 3i$

4. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

Основная литература

1. Пантина, И.В. Алгебра и теория чисел : учебное пособие / И.В. Пантина, М.А. Куприянова, С.В. Харитонов. - Москва : Университет «Синергия», 2016. - 161 с. - (Легкий учебник). - Библиогр. в кн. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=455430> (Электронная библиотечная система «Университетская библиотека ONLINE»)

Дополнительная литература

1. Геворкян, П.С. Высшая математика. Линейная алгебра и аналитическая геометрия / П.С. Геворкян. - Москва : Физматлит, 2011. - 207 с. - ISBN 978-5-9221-0860-7 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=82792> (Электронная библиотечная система «Университетская библиотека ONLINE»)
2. Кадомцев, С.Б. Аналитическая геометрия и линейная алгебра / С.Б. Кадомцев. - 2-е изд., испр. и доп. - Москва : Физматлит, 2011. - 168 с. - ISBN 978-5-9221-1290-1 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=69319> (Электронная библиотечная система «Университетская библиотека ONLINE»)
3. Туганбаев, А.А. Линейная алгебра : учебное пособие / А.А. Туганбаев. - Москва : Издательство «Флинта», 2012. - 74 с. - ISBN 978-5-9765-1407-2 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=115141> (Электронная библиотечная система «Университетская библиотека ONLINE»)
4. Ильин, В.А. Линейная алгебра : учебник / В.А. Ильин, Э.Г. Позняк. - 6-е изд., стереотип. - Москва : Физматлит, 2010. - 278 с. - (Курс высшей математики и математической физики. Вып. 4). - ISBN 978-5-9221-0481-4 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=68974> (Электронная библиотечная система «Университетская библиотека ONLINE»)

Информационно-

справочные системы, профессиональные базы данных и интернет-ресурсы

1. Электронная библиотека механико-математического факультета Московского государственного университета [Электронный ресурс]. – Режим доступа: www.lib.mexmat.ru/books/41
2. Библиотека. Наука. Математика [Электронный ресурс]. – Режим доступа: www.newlibrary.ru
3. Российское образование. Федеральный портал [Электронный ресурс]. – Режим доступа: www.edu.ru
4. Математическое Бюро: Решение задач по высшей математике [Электронный ресурс]. – Режим доступа: www.matburo.ru
5. Профессиональная база данных по экономике [Электронный ресурс]. - Режим доступа: http://sophist.hse.ru/data_access.shtml
6. Профессиональная база данных по экономике [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://www.gks.ru/>

7. СПС «Консультант Плюс», СПС «Гарант» (договор о сотрудничестве от 23.09.2013 г. с ЗАО «Компьютерные технологии» (ПС Гарант)), регистрационный лист зарегистрированного пользователя ЭПС «Система ГАРАНТ» от 16.02.2012 г. №12-40272-000944; договоры с ООО «КонсультантПлюс Марий Эл» №2017-СВ-4 от 28.12.2016 г

5. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Наименование специальных* помещений и помещений для самостоятельной работы	Оснащенность специальных помещений и помещений для самостоятельной работы	Перечень лицензионного программного обеспечения. Реквизиты подтверждающего документа
Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, курсового проектирования, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации (в соответствии с расписанием)	Специализированная мебель, технические средства обучения: переносной ноутбук, мультимедийный проектор, экран	СПС «Консультант Плюс», СПС «Гарант» (договор о сотрудничестве от 23.09.2013 г. с ЗАО «Компьютерные технологии» (ПС Гарант)), регистрационный лист зарегистрированного пользователя ЭПС «Система ГАРАНТ» от 16.02.2012 г. №12-40272-000944; договоры с ООО «КонсультантПлюс Марий Эл» №2017-СВ-4 от 28.12.2016 г., Windows 10 Education, Windows 8, Windows 7 Professional (Microsoft Open License), Office Standart 2007, 2010 (Microsoft Open License), Office Professional Plus 2016 (Microsoft Open License), Kaspersky Endpoint Security (Лицензия №17Е0-171117-092646-487-711, договор №Tr000171440 от 17.07.2017 г.).
Помещение для самостоятельной работы, каб. 302	Специализированная мебель, технические средства обучения: автоматизированные рабочие места, с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационную образовательную среду организации (ASUSTeK Intel(R) Celeron(R) CPU G3930 @ 2.90GHz/4096 (DIMM_B1-4096.00))	СПС «Консультант Плюс», СПС «Гарант» (договор о сотрудничестве от 23.09.2013 г. с ЗАО «Компьютерные технологии» (ПС Гарант)), регистрационный лист зарегистрированного пользователя ЭПС «Система ГАРАНТ» от 16.02.2012 г. №12-40272-000944; договоры с ООО «КонсультантПлюс Марий Эл» №2017-СВ-4 от 28.12.2016 г. Windows 7 Professional (Средства для разработки и проектирования, доступные по подписке Microsoft Imagine Premium). Sys Ctr Endpoint Protection ALNG Subscriptions VL OLVS E 1Month AcademicEdition Enterprise Per User (Сублиц. договор № Tr000171440 от 17.07.2017). Office Standart, 2010 (Microsoft Open License). Архиватор 7-zip (GNU LGPL). Adobe Acrobat Reader DC (Бесплатное ПО). Adobe Flash Player (Бесплатное ПО)

6. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Методические указания для подготовки к лекционным занятиям

В ходе лекций преподаватель излагает и разъясняет основные, наиболее сложные для понимания темы, а также связанные с ней теоретические и практические проблемы, дает рекомендации на семинарское занятие и указания на самостоятельную работу.

В ходе лекционных занятий необходимо:

– вести конспектирование учебного материала, обращать внимание на категории, формулировки, раскрывающие содержание тех или иных явлений и процессов, научные выводы и практические рекомендации, положительный опыт в ораторском искусстве. Желательно оставить в рабочих конспектах поля, на которых делать пометки из рекомендованной литературы, дополняющие материал прослушанной лекции, а также подчеркивающие особую важность тех или иных теоретических положений.

– задавать преподавателю уточняющие вопросы с целью уяснения теоретических положений, разрешения спорных ситуаций.

– дорабатывать свой конспект лекции, делая в нем соответствующие записи из литературы, рекомендованной преподавателем и предусмотренной учебной программой – в ходе подготовки к семинарам изучить основную литературу, ознакомиться с дополнительной литературой, новыми публикациями в периодических изданиях журналах, газетах и т.д. При этом учесть рекомендации преподавателя и требования учебной программы.

– подготовить тезисы для выступлений по всем учебным вопросам, выносимым на семинар. Готовясь к докладу или реферативному сообщению, обращаться за методической помощью к преподавателю, составить план-конспект своего выступления, продумать примеры с целью обеспечения тесной связи изучаемой теории с реальной жизнью.

– своевременное и качественное выполнение самостоятельной работы базируется на соблюдении настоящих рекомендаций и изучении рекомендованной литературы. Студент может дополнить список использованной литературы современными источниками, не представленными в списке рекомендованной литературы, и в дальнейшем использовать собственные подготовленные учебные материалы при написании контрольных (РГР), курсовых и выпускных квалификационных работ.

Методические указания для подготовки к практическим (семинарским) занятиям

Начиная подготовку к семинарскому занятию, необходимо, прежде всего, обратить внимание на конспект лекций, разделы учебников и учебных пособий, которые способствуют общему представлению о месте и значении темы в изучаемом курсе. Затем следует поработать с дополнительной литературой, сделать записи по рекомендованным источникам. Подготовка к семинарскому занятию включает 2 этапа:

- 1й этап - организационный;
- 2й этап - закрепление и углубление теоретических знаний. На первом этапе студент планирует свою самостоятельную работу, которая включает:
 - уяснение задания, выданного на самостоятельную работу;
 - подбор рекомендованной литературы;
 - составление плана работы, в котором определяются основные пункты предстоящей подготовки.

Составление плана дисциплинирует и повышает организованность в работе. Второй этап включает непосредственную подготовку студента к занятию. Начинать надо с изучения рекомендованной литературы. Необходимо помнить, что на лекции обычно рассматривается не весь материал, а только его часть. Остальная её часть восполняется в процессе самостоятельной работы. В связи с этим работа с рекомендованной литературой обязательна. Особое внимание при этом необходимо обратить на содержание основных положений и выводов, объяснение явлений и фактов, уяснение практического приложения

рассматриваемых теоретических вопросов. В процессе этой работы студент должен стремиться понять и запомнить основные положения рассматриваемого материала, примеры, поясняющие его, а также разобраться в иллюстративном материале. Заканчивать подготовку следует составлением плана (конспекта) по изучаемому материалу (вопросу). Это позволяет составить концентрированное, сжатое представление по изучаемым вопросам. В процессе подготовки к занятиям рекомендуется взаимное обсуждение материала, во время которого закрепляются знания, а также приобретается практика в изложении и разъяснении полученных знаний, развивается речь. При необходимости следует обращаться за консультацией к преподавателю. Готовясь к консультации, необходимо хорошо продумать вопросы, которые требуют разъяснения.

В начале занятия студенты под руководством преподавателя более глубоко осмысливают теоретические положения по теме занятия, раскрывают и объясняют основные положения выступления.

Записи имеют первостепенное значение для самостоятельной работы обучающихся. Они помогают понять построение изучаемого материала, выделить основные положения и проследить их логику. Ведение записей способствует превращению чтения в активный процесс, мобилизует, наряду со зрительной, и моторную память. Следует помнить: у студента, систематически ведущего записи, создается свой индивидуальный фонд подсобных материалов для быстрого повторения прочитанного, для мобилизации накопленных знаний. Особенно важны и полезны записи тогда, когда в них находят отражение мысли, возникшие при самостоятельной работе. Важно развивать умение сопоставлять источники, продумывать изучаемый материал.

Большое значение имеет совершенствование навыков конспектирования. Преподаватель может рекомендовать студентам следующие основные формы записи план (простой и развернутый), выписки, тезисы. Результаты конспектирования могут быть представлены в различных формах.

План - это схема прочитанного материала, краткий (или подробный) перечень вопросов, отражающих структуру и последовательность материала. Подробно составленный план вполне заменяет конспект.

Конспект - это систематизированное, логичное изложение материала источника. Различаются четыре типа конспектов.

План-конспект - это развернутый детализированный план, в котором достаточно подробные записи приводятся по тем пунктам плана, которые нуждаются в пояснении.

Текстуальный конспект - это воспроизведение наиболее важных положений и фактов источника.

Свободный конспект - это четко и кратко сформулированные (изложенные) основные положения в результате глубокого осмысливания материала. В нем могут присутствовать выписки, цитаты, тезисы; часть материала может быть представлена планом.

Тематический конспект составляется на основе изучения ряда источников и дает более или менее исчерпывающий ответ по какой-то схеме (вопросу).

Ввиду трудоемкости подготовки к семинару следует продумать алгоритм действий, еще раз внимательно прочитать записи лекций и уже готовый конспект по теме семинара, тщательно продумать свое устное выступление.

На семинаре каждый его участник должен быть готовым к выступлению по всем поставленным в плане вопросам, проявлять максимальную активность при их рассмотрении. Выступление должно строиться свободно, убедительно и аргументировано. Необходимо следить, чтобы выступление не сводилось к репродуктивному уровню (простому воспроизведению текста), не допускать и простое чтение конспекта. Необходимо, чтобы выступающий проявлял собственное отношение к тому, о чем он говорит, высказывал свое личное мнение, понимание, обосновывал его и мог сделать правильные выводы из сказанного.

Выступления других обучающихся необходимо внимательно и критически слушать, подмечать особенное в суждениях обучающихся, улавливать недостатки и ошибки. При этом обратить внимание на то, что еще не было сказано, или поддержать и развить интересную мысль, высказанную выступающим студентом. Изучение студентами фактического материала по теме практического занятия должно осуществляться заблаговременно. Под фактическим материалом следует понимать специальную литературу по теме занятия, систему нормативных правовых актов, а также арбитражную практику по рассматриваемым проблемам. Особое внимание следует обратить на дискуссионные теоретические вопросы в системе изучаемого вопроса: изучить различные точки зрения ведущих ученых, обозначить противоречия современного законодательства. Для систематизации основных положений по теме занятия рекомендуется составление конспектов.

Обратить внимание на:

- составление списка нормативных правовых актов и учебной и научной литературы по изучаемой теме;
- изучение и анализ выбранных источников;
- изучение и анализ арбитражной практики по данной теме, представленной в информационно-справочных правовых электронных системах и др.;
- выполнение предусмотренных программой заданий в соответствии с тематическим планом;
- выделение наиболее сложных и проблемных вопросов по изучаемой теме, получение разъяснений и рекомендаций по данным вопросам с преподавателями кафедры на их еженедельных консультациях;
- проведение самоконтроля путем ответов на вопросы текущего контроля знаний, решения представленных в учебно-методических материалах кафедры задач, тестов, написания рефератов и эссе по отдельным вопросам изучаемой темы;

Семинарские занятия завершают изучение наиболее важных тем учебной дисциплины. Они служат для закрепления изученного материала, развития умений и навыков подготовки докладов, сообщений, приобретения опыта устных публичных выступлений, ведения дискуссии, аргументации и защиты выдвигаемых положений, а также для контроля преподавателем степени подготовленности обучающихся по изучаемой дисциплине.

Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины для самостоятельной работы

Методика организации самостоятельной работы студентов зависит от структуры, характера и особенностей изучаемой дисциплины, объема часов на ее изучение, вида заданий для самостоятельной работы студентов, индивидуальных особенностей студентов и условий учебной деятельности.

При этом преподаватель назначает студентам варианты выполнения самостоятельной работы, осуществляет систематический контроль выполнения студентами графика самостоятельной работы, проводит анализ и дает оценку выполненной работы.

Самостоятельная работа обучающихся осуществляется в аудиторной и внеаудиторной формах. Самостоятельная работа обучающихся в аудиторное время может включать:

- конспектирование (составление тезисов) лекций, выполнение контрольных работ;
- решение задач;
- работу со справочной и методической литературой;
- работу с нормативными правовыми актами;
- выступления с докладами, сообщениями на семинарских занятиях;
- защиту выполненных работ;

- участие в оперативном (текущем) опросе по отдельным темам изучаемой дисциплины;
 - участие в собеседованиях, деловых (ролевых) играх, дискуссиях, круглых столах, конференциях;
 - участие в тестировании и др.
- Самостоятельная работа обучающихся во внеаудиторное время может состоять из:
- повторение лекционного материала;
 - подготовки к семинарам (практическим занятиям);
 - изучения учебной и научной литературы;
 - изучения нормативных правовых актов (в т.ч. в электронных базах данных);
 - решения задач, выданных на практических занятиях;
 - подготовки к контрольным работам, тестированию и т.д.;
 - подготовки к семинарам устных докладов (сообщений);
 - подготовки рефератов, эссе и иных индивидуальных письменных работ по заданию преподавателя;
 - выполнения курсовых работ, предусмотренных учебным планом;
 - выделение наиболее сложных и проблемных вопросов по изучаемой теме, получение разъяснений и рекомендаций по данным вопросам с преподавателями кафедры на их еженедельных консультациях;
 - проведение самоконтроля путем ответов на вопросы текущего контроля знаний, решения представленных в учебно-методических материалах кафедры задач, тестов;
 - написания рефератов и эссе по отдельным вопросам изучаемой темы.
 - подготовки к семинарам устных докладов (сообщений);
 - подготовки рефератов, эссе и иных индивидуальных письменных работ по заданию преподавателя;
 - выполнения курсовых работ, предусмотренных учебным планом;
 - выполнения выпускных квалификационных работ и др.
 - выделение наиболее сложных и проблемных вопросов по изучаемой теме, получение разъяснений и рекомендаций по данным вопросам с преподавателями кафедры на их еженедельных консультациях;
 - проведение самоконтроля путем ответов на вопросы текущего контроля знаний, решения представленных в учебно-методических материалах кафедры задач, тестов;
 - написания рефератов и эссе по отдельным вопросам изучаемой темы.