

АНО ВО «Межрегиональный открытый социальный институт»

УТВЕРЖДАЮ  
Зав. кафедрой информационной  
безопасности  
Г.М. Гусакова  
Протокол заседания кафедры  
№ 1 «01» 09 2018 г.

**Фонд оценочных средств  
для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации**

Учебная дисциплина «Линейная алгебра»

Образовательная программа 38.03.01 Экономика. Финансы и кредит

Йошкар-Ола  
2017

## СОДЕРЖАНИЕ

1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы.
2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания.
3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы. – оценочные средства для текущего контроля; – оценочные средства для промежуточной аттестации.
4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.

### **1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы**

В процессе освоения образовательной программы обучающиеся осваивают компетенции указанные в федеральных государственных образовательных стандартах высшего образования, сопоставленные с видами деятельности. Освоение компетенций происходит поэтапно через последовательное изучение учебных дисциплин, практик, подготовки ВКР и других видов работ предусмотренных учебным планом АНО ВО МОСИ.

№ п/п	Код компетенции	Формулировка компетенции	Номер этапа
1	ОПК-2	способность осуществлять сбор, анализ и обработку данных, необходимых для решения профессиональных задач	1/1

## 2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Этапами формирования компетенций обучающихся при освоении дисциплины являются последовательное изучение содержательно связанных между собой разделов (тем) учебных занятий. Результаты текущего контроля и промежуточной аттестации позволяют определить уровень освоения компетенций обучающимися.

### Перечень оценочных средств

№ п/п	Коды компетенций и планируемые результаты обучения		Оценочные средства	
			Наименование	Представление в ФОС
1	ОПК-2	<p><b>Знать:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>-основные математические понятия и методы, применяемые при построении и анализе линейных моделей экономики;</li> <li>-математический инструментарий, используемый в офисных, специализированных и математических пакетах прикладных программ.</li> </ul> <p><b>Уметь:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- строить и анализировать линейные модели экономики (линейную балансовую модель Леонтьева «затраты-выпуск», линейную модель международной торговли);</li> <li>- интерпретировать результаты анализа линейной экономической модели;</li> <li>- пользоваться наиболее распространенными офисными и математическими пакетами прикладных программ.</li> </ul> <p><b>Владеть:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- методами анализа и обработки данных, необходимых для решения профессиональных задач экономики;</li> <li>- основными математическими</li> </ul>	<p>Устный опрос</p> <p>Практические задания</p> <p>Контрольная работа</p>	<p>Вопросы для устного опроса</p> <p>Перечень практических заданий</p> <p>Варианты контрольных работ</p>

		методами, используемыми при построении расчетного инструментария в офисных и математических пакетах прикладных программ.		
--	--	--	--	--

**3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы**

**Текущая аттестация по дисциплине «Линейная алгебра»**

Студенты образовательной программы 38.03.01 Экономика. Финансы и кредит проходят текущую аттестацию в 1,2/1,2-м семестре.

Оценочные средства текущего контроля:

- *устный опрос;*
- *практические задания;*
- *контрольная работа*

**Основные виды оценочных средств по темам представлены в таблице**

<b>п\п</b>	<b>Контролируемые разделы (темы) дисциплины</b>	<b>Код контролируемой компетенции (или ее части)</b>	<b>Наименование оценочного средства</b>
1	Системы линейных уравнений. Метод Гаусса.	ОПК-2	устный опрос; практические задания
2	Матрицы. Операции над матрицами.	ОПК-2	устный опрос; практические задания
3	Определитель матрицы. Миноры.	ОПК-2	устный опрос; практические задания
4	Обратные матрицы. Метод Крамера.	ОПК-2	устный опрос; практические задания
5	Ранг матрицы.	ОПК-2	устный опрос; практические задания,
6	Общий метод решения системы линейных уравнений.	ОПК-2	устный опрос; практические задания
7	Комплексные числа и многочлены.	ОПК-2	устный опрос; практические задания
8	Квадратичные формы.	ОПК-2	устный опрос; практические задания, контрольная работа

**Вопросы для устного опроса**

1. Действия над матрицами. Обратная матрица. Ранг матрицы. Свойства ранга.
2. Определители второго и третьего порядка. Определение и вычисление.
3. Свойства определителей на примере определителей третьего порядка.
4. Разложение определителя по элементам строки или столбца. Вычисление определителя четвертого порядка.
5. Исследование систем линейных уравнений. Теорема Кронекера-Капелли.
6. Скалярные и векторные величины. Модуль и направление вектора. Проекция вектора на ось.

7. Векторы. Сложение и вычитание векторов.
8. Скалярное произведение двух векторов. Определение и его свойства. Приложения скалярного произведения.
9. Векторное произведение двух векторов. Определение и его свойства.
10. Векторное произведение векторов в координатной форме. Приложения векторного произведения.
11. Смешанное произведение трех векторов. Определение и свойства. Смешанное произведение трех векторов в координатной форме. Приложения смешанного произведения.
12. Общее уравнение прямой на плоскости.
13. Уравнение прямой с угловым коэффициентом.
14. Уравнение прямой, проходящей через данную точку плоскости, в данном направлении. Пучок прямых.
15. Уравнение прямой, проходящей через две данные точки плоскости.
16. Уравнение прямой в отрезках. Нормальное уравнение прямой. Расстояние от точки до прямой на плоскости.
17. Расстояние между точками на плоскости.
18. Уравнения окружности.
19. Определение и каноническое уравнение эллипса.
20. Определение и каноническое уравнение гиперболы.
21. Определение и каноническое уравнение параболы.
22. Модель Леонтьева многоотраслевой экономики (балансовый анализ).
23.  $n$ -мерный вектор и векторное пространство.
24. Размерность и базис векторного пространства.
25. Переход к новому базису.
26. Линейные операторы.
27. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора.
28. Квадратичные формы.
29. Линейная модель обмена.
30. Комплексные числа: определение, изображение на плоскости. Модуль и аргумент комплексного числа.
31. Действия над комплексными числами.
32. Арифметическая, тригонометрическая и показательная формы комплексного числа.
33. Формула Муавра.

### **Средство оценивания: устный опрос**

Шкала оценивания:

– оценка «отлично» выставляется студенту, если студент не только глубоко и прочно усвоил весь программный материал, но и проявил знания, выходящие за его пределы, почерпнутые из дополнительных источников (учебная литература, научно-популярная литература, научные статьи и монографии, сборники научных трудов и интернет-ресурсы и т. п.); умеет самостоятельно обобщать программный материал, не допуская ошибок, проанализировать его с точки зрения различных школ и взглядов; увязывает знания с практикой; приводит примеры, демонстрирующие глубокое понимание материала или проблемы;

– оценка «хорошо» выставляется студенту, если студент твердо знает программный материал, грамотно и последовательно его излагает, увязывает с практикой, не допуская существенных неточностей в ответе на вопросы;

– оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если студент усвоил только основной программный материал, но не знает отдельных положений, в ответе допускает неточности, недостаточно правильные формулировки, нарушает последовательность в

изложении программного материала;  
– оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, если студент не знает значительной части основного программного материала, в ответе допускает существенные ошибки, неправильные формулировки.

### Практические задания

1. Решите данную систему уравнений методом Крамера:

$$\begin{cases} 2x - 3y - 5z = 1, \\ 3x + y - 2z = -4, \\ x - 2y + z = 5. \end{cases}$$

2. Данную систему уравнений:

а) записать в матричной форме и затем решить с помощью обратной матрицы;

б) решить методом Гаусса

$$\begin{cases} 4x_1 + 5x_3 = 8, \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 = 3, \\ x_1 + 3x_2 = -1. \end{cases}$$

3. Исследуйте данную систему уравнений на совместность с использованием теоремы Кронекера-Капелли и решите её, если она совместна:

$$\begin{cases} 5x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 2, \\ 2x_1 + x_2 = 8, \\ 8x_1 - 5x_2 + 2x_3 = -4. \end{cases}$$

4. Даны координаты вершин треугольника  $ABC$ :  $A(-8; -3)$ ,  $B(4; -12)$ ,  $C(8; 10)$ .

Найти:

- длину стороны  $AB$ ;
- уравнения сторон  $AB$  и  $BC$  и их угловые коэффициенты;
- угол  $B$  в радианах с точностью до двух знаков;
- уравнение высоты  $CD$  и ее длину;
- уравнение медианы  $AE$  и координаты точки  $K$  пересечения этой медианы с высотой  $CD$ ;
- уравнение прямой, проходящей через точку  $K$  параллельно стороне  $AB$ ;
- координаты точки  $M$ , расположенной симметрично точке  $A$  относительно прямой  $CD$ .

5. Даны координаты вершин пирамиды  $ABCD$ :  $A(2; -3; 1)$ ,  $B(6; 1; -1)$ ,  $C(4; 8; -9)$ ,  $D(2; -1; 2)$ . Требуется:

- записать векторы  $\overrightarrow{AB}$ ,  $\overrightarrow{AC}$  и  $\overrightarrow{AD}$  в системе орт и найти модули этих векторов;
- найти угол между векторами  $\overrightarrow{AB}$  и  $\overrightarrow{AC}$ ;
- найти проекцию вектора  $\overrightarrow{AD}$  на вектор  $\overrightarrow{AB}$ ;
- найти площадь грани  $ABC$ ;
- найти объем пирамиды  $ABCD$ .

6. Даны координаты точек  $A$ ,  $B$  и  $C$ :  $A(3; -1; 5)$ ,  $B(7; 1; 1)$ ,  $C(4; -2; 1)$ .

Требуется:

- составить канонические уравнения прямой  $AB$ ;
- составить уравнение плоскости, проходящей через точку  $C$  перпендикулярно прямой  $AB$ , и точку пересечения этой плоскости с прямой  $AB$ ;
- найти расстояние от точки  $C$  до прямой  $AB$ .

7. Даны координаты точек  $A$ ,  $B$ ,  $C$  и  $M$ :  $A(-3; -2; -4)$ ,  $B(-4; 2; -7)$ ,  $C(5; 0; 3)$ ,



**$M(-1; 3; 0)$ . Найдите:**

- 1) уравнение плоскости  $Q$ , проходящей через точки  $A, B$  и  $C$ ;
- 2) канонические уравнения прямой, проходящей через точку  $M$  перпендикулярно плоскости  $Q$ ;
- 3) точки пересечения полученной прямой с плоскостью  $Q$ ;
- 4) расстояние от точки  $M$  до плоскости  $Q$ .

**8. Составить уравнение геометрического места точек, равноудаленных от данной точки  $A(2; 5)$  и данной прямой  $y = 1$ . Полученное уравнение привести к простейшему виду и затем построить кривую.**

**9. Даны точки  $A(4; -2)$ ,  $B(2; \sqrt{7})$  и радиус окружности  $R = 2\sqrt{5}$ , центр которой находится в начале координат. Требуется:**

- 1) составить каноническое уравнение эллипса, проходящего через данные точки  $A$  и  $B$ ;
- 2) найти полуоси, фокусы и эксцентриситет этого эллипса;
- 3) найти все точки пересечения эллипса с данной окружностью;
- 4) построить эллипс и окружность.

**10. Найдите действительные числа  $x$  и  $y$  из уравнения:  $(x - y) + (3x + y)i = 3 - 3i$**

**11. Написать матрицы  $A_m^k$  и  $B_k^n$  в общем виде. Если  $C = A * B$ , то**

каковы размеры матрицы  $C$ ? Написать выражение для элемента  $C_{ij}$

- а) через знак суммирования  $\sum$
- б) более подробно, без знака суммирования.

**12. Как для данной матрицы  $A_m^k$  в общем виде будет выглядеть матрица  $A^T$ ? Каковы ее размеры? Выписать те 4 свойства (из 18 Свойств операций над матрицами), где встречается операция транспонирования.**

**13. Записать Систему Линейных Уравнений для  $m=n=3$  в обычном виде. Выписать все матрицы  $A, X, B$ , соответствующие матричной форме записи СЛУ:  $A * X = B$**

**14. Написать выражение для определителя матрицы второго порядка**

$$\Delta = |A_2| \text{ в общем виде.}$$

**15. Схематично изобразить Правило Звезды для вычисления определителя матрицы третьего порядка**

$$\Delta = |A_3|$$

**16. Дать Определение Минора  $M_{ij}$  матрицы  $n$ -го порядка  $A_n$**

**17. Написать формулу Алгебраического Дополнения  $A_{ij}$  матрицы  $n$ -го порядка  $A_n$**

**18. Написать выражение для вычисления определителя матрицы третьего порядка  $\Delta = |A_3|$  по Теореме Лапласа, то есть разложение по любой строке или любому столбцу: а) либо в общем виде б) либо для любого (уникального) численного примера.**

**19. Для системы линейных уравнений  $A_n X_n^1 = B_n^1, |A| \neq 0$  выписать через алгебраические дополнения  $A_{ij}$  присоединенную матрицу  $A^*$ .**

Выписать формулы обратной матрицы  $A^{-1}$ , решения  $X$ .

20. Для системы линейных уравнений третьего порядка  $AX = B$  выписать по методу Крамера выражения для  $\Delta_i$ ,  $i=1,2,3$  и решение системы линейных

уравнений  $X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$  через  $\Delta_i$ .

21. Запишите комплексное число  $Z$  в алгебраической и тригонометрической формах. Как связаны эти две формы записи.

22. Напишите выражение для произведения двух комплексных чисел  $Z_1, Z_2$ , заданных в тригонометрической форме; для частного от деления этих двух комплексных чисел.

23. Напишите Формулу Муавра, - выражение для возведения в степень комплексного числа  $Z$ .

24. Выпишите каноническое разложение многочлена  $f(Z)$  степени  $n \geq 1$  с комплексными коэффициентами.

25. Пусть  $Z$  – комплексная переменная,  $a = |a|(\cos \theta + i \sin \theta)$  – комплексное число. Для уравнения  $Z^n = a$  напишите выражение для  $k$  различных его корней:  $Z_k = \dots$ ,  $k=0,1,\dots,n-1$ .

26. Выписать симметрическую матрицу квадратичной формы  $\zeta = a_{11} x_1^2 + a_{22} x_2^2 + a_{33} x_3^2 + 2 a_{12} x_1 x_2 + 2 a_{13} x_1 x_3 + 2 a_{23} x_2 x_3$  и записать квадратичную форму в матрично - векторном виде.

### Средство оценивания: Практические задания

Шкала оценивания:

Практическое задание оценивается по 5-балльной шкале. Баллы переводятся в оценки успеваемости следующим образом:

Оценка «отлично» выставляется обучающемуся, если практическое задание правильно решено, приведена подробная аргументация своего решение, показано хорошее знание теоретических аспектов ее решения.

Оценка «хорошо» выставляется обучающемуся, если практическое задание правильно решено, приведена достаточная аргументация своего решение, показано определенное знание теоретических материала.

Оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся, если практическое задание частично имеет правильное решение, аргументация не полная, не прослеживается знание теоретических материала.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся, если практическое задание решено неверно, отсутствуют необходимые знания теоретического материала.

## Контрольная работа

### Вариант 1

1. Написать матрицы  $A_m^k$  и  $B_k^n$  в общем виде. Если  $C = A * B$ , то каковы размеры матрицы  $C$ ? Написать выражение для элемента  $C_{ij}$

а) через знак суммирования  $\sum$  в) более подробно, без знака суммирования.

2. Как для данной матрицы  $A_m^k$  в общем виде будет выглядеть матрица  $A^T$ ?

Каковы ее размеры? Выписать те 4 свойства (из 18 Свойств операций над матрицами), где встречается операция транспонирования.

3. Записать Систему Линейных Уравнений для  $m=n=3$  в обычном виде.

Выписать все матрицы  $A, X, B$ , соответствующие матричной форме записи СЛУ:  $A * X = B$

### Вариант 2

1. Написать выражение для определителя матрицы второго порядка

$\Delta = |A_2|$  в общем виде.

2. Схематично изобразить Правило Звезды для вычисления определителя матрицы третьего порядка  $\Delta = |A_3|$

3. Дать Определение Минора  $M_{ij}$  матрицы  $n$ -го порядка  $A_n$

4. Написать формулу Алгебраического Дополнения  $A_{ij}$  матрицы  $n$ -го порядка  $A_n$

5. Написать выражение для вычисления определителя матрицы третьего порядка  $\Delta = |A_3|$  по Теореме Лапласа, то есть разложение по любой строке или любому столбцу: а) либо в общем виде б) либо для любого (уникального) численного примера.

### Вариант 3

1. Для системы линейных уравнений  $A_n X_n^1 = B_n^1, |A| \neq 0$  выписать через алгебраические дополнения  $A_{ij}$  присоединенную матрицу  $A^*$ .

Выписать формулы обратной матрицы  $A^{-1}$ , решения  $X$ .

2. Для системы линейных уравнений третьего порядка  $A X = B$  выписать по методу Крамера выражения для  $\Delta_i, i=1,2,3$  и решение системы линейных

уравнений  $X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$  через  $\Delta_i$ .

3. Дать определение ранга матрицы (через миноры).

4. Чему равен ранг ступенчатой матрицы?

5. Дать формулировку Теоремы Кронекера-Капелли для системы линейных уравнений  $A_m^n X_n^1 = B_m^1$

#### **Вариант 4**

1. Запишите комплексное число  $Z$  в алгебраической и тригонометрической формах. Как связаны эти две формы записи
2. Напишите выражение для произведения двух комплексных чисел  $Z_1, Z_2$ , заданных в тригонометрической форме; для частного от деления этих двух комплексных чисел.
3. Напишите Формулу Муавра, - выражение для возведения в степень комплексного числа  $Z$ .
4. Выпишите каноническое разложение многочлена  $f(Z)$  степени  $n \geq 1$  с комплексными коэффициентами.

#### **Вариант 5**

1. Сформулируйте Основную Теорему Алгебры для многочлена, действующего в комплексном пространстве.
2. Пусть  $Z$  – комплексная переменная,  $a = |a|(\cos \theta + i \sin \theta)$  – комплексное число. Для уравнения  $Z^n = a$  напишите выражение для  $k$  различных его корней:  $Z_k = \dots$ ,  $k=0, 1, \dots, n-1$
3. Выписать симметрическую матрицу квадратичной формы  $\zeta = a_{11} x_1^2 + a_{22} x_2^2 + a_{33} x_3^2 + 2 a_{12} x_1 x_2 + 2 a_{13} x_1 x_3 + 2 a_{23} x_2 x_3$  и записать квадратичную форму в матрично - векторном виде.

#### **Средство оценивания: контрольная работа**

Шкала оценивания:

Оценка «Отлично» Обучающийся самостоятельно и правильно решил учебно-профессиональную задачу, уверенно, логично, последовательно и аргументировано излагал свое решение, используя профессиональные понятия.

Оценка «Хорошо» Обучающийся самостоятельно и в основном правильно решил учебно-профессиональную задачу, уверенно, логично, последовательно и аргументировано излагал свое решение, используя профессиональные понятия.

Оценка «Удовлетворительно» Обучающийся в основном решил учебно-профессиональную задачу, допустил несущественные ошибки, слабо аргументировал свое решение, используя в основном профессиональные понятия.

Оценка «Неудовлетворительно» Обучающийся не решил учебно-профессиональную задачу.

### **Промежуточная аттестация по дисциплине «Линейная алгебра»**

Студенты образовательной программы 38.03.01 Экономика. Финансы и кредит проходят промежуточную аттестацию в форме зачета по дисциплине «Линейная алгебра» в 1/1 семестре и в форме экзамена во 2/2 семестре.

Экзамен, зачет является не только проверкой знаний, приобретенных студентом во время его обучения, и проверкой умения их использовать, но и важным звеном во всей цепи обучения студента, составляя существенную часть учебного и воспитательного процесса. В конце изучения предмета студент должен показать свои умения и навыки, которыми он овладел в процессе изучения дисциплины.

При проведении экзамена, зачета по дисциплине «Линейная алгебра» может использоваться устная или письменная форма проведения.

#### **Примерная структура экзамена, зачета по дисциплине «Линейная алгебра»:**

##### **1. устный ответ на вопросы**

Студенту на экзамене дается время на подготовку вопросов теоретического характера.

##### **2. выполнение тестовых заданий**

Тестовые задания выполняются в течение 30 минут и состоят из 25 вопросов разных типов. Преподаватель готовит несколько вариантов тестовых заданий.

##### **3. выполнение практических заданий**

Практических задания выполняются в течение 30 минут. Бланки с задачами готовит и выдает преподаватель.

**Устный ответ студента на экзамене, зачете должен отвечать следующим требованиям:**

- научность, знание и умение пользоваться понятийным аппаратом;
- изложение вопросов в методологическом аспектах, аргументация основных положений ответа примерами из современной практики, а также из личного опыта работы;
- осведомленность в важнейших современных проблемах линейной алгебры, знание классической и современной литературы.

**Выполнение практического задания должно отвечать следующим требованиям:**

- Владение профессиональной терминологией;
- Последовательное и аргументированное изложение решения.

#### **Критерии оценивания ответов**

	<b>Устный ответ</b>	<b>Практическое задание</b>	<b>Тестовые задания</b>
<b>Отлично</b>	знание учебного материала в пределах программы; логическое, последовательное изложение вопроса с опорой на разнообразные источники, с использованием знаний других наук; определение своей позиции в раскрытии различных подходов к рассматриваемой проблеме; показ значения разработки данного	свободное владение профессиональной терминологией; умение высказывать и обосновать свои суждения; студент дает четкий, полный анализ ситуации.	90–100 % правильно выполненны х заданий

	теоретического вопроса для практики		
<i>Хорошо</i>	знание учебного материала в пределах программы; раскрытие различных подходов к рассматриваемой проблеме; опора при рассмотрении вопроса на обязательную литературу, включение соответствующих примеров из практики	студент владеет профессиональной терминологией, осознанно применяет теоретические знания для решения практического задания, но содержание и форма ответа имеют отдельные неточности; ответ правильный, полный, с незначительными неточностями или недостаточно полный.	70–90 % правильно выполненных заданий
<i>Удовлетворительно</i>	знание учебного материала в пределах программы на основе изучения какого-либо одного подхода к рассматриваемой проблеме	студент допускает неточности в определении понятий, в применении знаний для решения практического задания, не может доказательно обосновать свои суждения; обнаруживается недостаточно глубокое понимание материала.	50–70 % правильно выполненных заданий
<i>Неудовлетворительно</i>	пробелы в знаниях основного учебно-программного материала, принципиальные ошибки в выполнении предусмотренных программой заданий	допущены ошибки в определении понятий, искажен их смысл; студент не может применять знания для решения практического задания.	менее 50% правильно выполненных заданий

	<b>Устный ответ</b>	<b>Практическое задание</b>	<b>Тестовые задания</b>
<i>зачтено</i>	знание учебного материала в пределах программы;	свободное владение профессиональной	50-100 % правильно

	логическое, последовательное изложение вопроса; определение своей позиции в раскрытии различных подходов к рассматриваемой проблеме;	терминологией; умение высказывать и обосновать свои суждения; студент дает четкий, полный анализ ситуации.	выполненных заданий
<i>не зачтено</i>	пробелы в знаниях основного учебно-программного материала, принципиальные ошибки в изложении материала	допущены ошибки в определении понятий, искажен их смысл; студент не может применять знания для решения практического задания.	До 50 % правильно выполненных заданий

### Критерии и шкала оценивания уровней освоения компетенций

Шкала оценивания	Шкала оценивания	Шкала оценивания
отлично	высокий	студент, овладел элементами компетенции «знать», «уметь» и «владеть», проявил всесторонние и глубокие знания программного материала по дисциплине, освоил основную и дополнительную литературу, обнаружил творческие способности в понимании, изложении и практическом использовании усвоенных знаний.
хорошо	продвинутый	студент овладел элементами компетенции «знать» и «уметь», проявил полное знание программного материала по дисциплине, освоил основную рекомендованную литературу, обнаружил стабильный характер знаний и умений и проявил способности к их самостоятельному применению и обновлению в ходе последующего обучения и практической деятельности.
удовлетворительно	базовый	студент овладел элементами компетенции «знать», проявил знания основного программного материала по дисциплине в объеме, необходимом для последующего обучения и предстоящей практической деятельности, изучил основную рекомендованную литературу, допустил неточности в ответе на экзамене, но в основном обладает необходимыми знаниями для их устранения при корректировке со стороны экзаменатора.
неудовлетворительно	компетенции не сформированы	студент не овладел ни одним из элементов компетенции, обнаружил существенные пробелы в знании основного программного материала по дисциплине, допустил принципиальные ошибки при применении теоретических знаний, которые не позволяют ему продолжить обучение или приступить к практической деятельности без дополнительной подготовки по данной дисциплине.

Оценка «зачтено» соответствует критериям оценок от «отлично» до «удовлетворительно».

Оценка «не зачтено» соответствует критерию оценки «неудовлетворительно»

**Отметка** за экзамен по предмету выставляется с учетом полученных отметок в соответствии с правилами математического округления.

#### **Рекомендации по проведению экзамена и зачета**

1. Студенты должны быть заранее ознакомлены с требованиями к экзамену и зачету, критериями оценивания. В результате экзамена и зачета студент должен обязательно четко понять, почему он получил именно ту экзаменационную отметку, которая была ему поставлена за его ответ, а не другую.

2. Необходимо выяснить на экзамене и зачете, формально или нет владеет студент знаниями по данному предмету. Вопросы при ответе по билету помогут выяснить степень понимания студентом материала, знание им связей излагаемого вопроса с другими изучаемыми им понятиями, а практические задания – умения применять знания на практике.

3. На экзамене и зачете следует выяснить, как студент знает программный материал, как он им овладел к моменту экзамена и зачета, как он продумал его в процессе обучения и подготовки к экзамену.

4. При устном опросе целесообразно начинать с легких, простых вопросов, ответы на которые помогут подготовить студента к спокойному размышлению над дальнейшими более трудными вопросами и практическими заданиями.

5. Тестирование по дисциплине проводится либо в компьютерном классе, либо в аудитории на бланке с тестовыми заданиями.

Во время тестирования обучающиеся могут пользоваться калькулятором. Результат каждого обучающегося оценивается в соответствии с оценочной шкалой, приведённой в пункте 3.

6. Выполнение практических заданий осуществляется в учебной аудитории. Результат каждого обучающегося оценивается в соответствии с оценочной шкалой, приведённой в пункте 3

#### **Перечень вопросов к экзамену и зачету**

1. Линейно зависимые и линейно независимые системы векторов. Свойства линейно зависимой системы векторов. Базис и размерность линейного пространства.

2. Теорема о базисах конечномерного пространства. Следствия.

3. Координаты вектора. Изоморфизм линейных пространств. Преобразование координат вектора при смене базиса.

4. Теорема о ранге матрицы. Вычисление ранга матрицы методом окаймляющих миноров.

5. Определение подпространства. Ранг системы векторов. Теорема о том, что ранг системы векторов равен размерности подпространства, натянутого на эту систему векторов.

6. Теорема Кронекера-Капелли.

7. Теорема о числе решений совместной системы линейных уравнений.

8. Размерность пространства решений однородной системы линейных уравнений.

9. Теорема о нахождении базиса пересечения подпространств.

10. Теорема о размерности суммы и пересечения подпространств.

11. Определение линейного преобразования. Связь между матрицами линейного преобразования в разных базисах.

12. Действия над линейными преобразованиями. Многочлен от линейного преобразования.

13. Ранг и дефект линейного преобразования. Нахождение базисов образа и ядра.

14. Условия невырожденности линейного преобразования.

15. Инвариантные подпространства. Прямая сумма подпространств.

16. Собственные векторы и собственные значения линейного преобразования.

Независимость характеристического многочлена линейного преобразования от базиса.



17. Евклидовы векторные пространства. Простейшие свойства скалярного произведения.
18. Процесс ортогонализации. Формула скалярного произведения в ортонормированном базисе.
19. Изоморфизм евклидовых пространств.
20. Ортогональные преобразования и ортогональные матрицы.
21. Симметрические преобразования и симметрические матрицы.
22. Структура симметрического преобразования.
23. Унитарные векторные пространства. Унитарные преобразования и унитарные матрицы. Структура унитарного преобразования.
24. Симметрические преобразования и эрмитовы матрицы. Структура симметрического преобразования.
25. Структура линейного преобразования.
26. Структура ортогонального преобразования.
27. Определение и матричная запись квадратичной формы. Преобразование квадратичной формы при линейной замене переменных.
28. Приведение квадратичной формы к каноническому виду методом Лагранжа.
29. Закон инерции квадратичной формы.
30. Положительно определенная квадратичная форма. Критерий Сильвестра.
31. Приведение квадратичной формы к каноническому виду ортогональным преобразованием.
32. Разложение линейного пространства в прямую сумму двух инвариантных подпространств с помощью многочлена.
33. Разложение линейного пространства в прямую сумму корневых подпространств.
34. Теорема Гамильтона-Кэли.
35. Теорема о жордановой нормальной форме матрицы линейного преобразования.
36. Единственность жордановой нормальной формы матрицы.

### Тест по дисциплине «Линейная алгебра»

#### 0 вариант

1. Матрица  $A$  размерности  $3 \times 4$ , матрица  $B$  размерности  $2 \times 3$ . Найдите размерность матрицы  $A^T \cdot B^T$

- 1)  $4 \times 2$
- 2) нет такой матрицы
- 3)  $2 \times 4$
- 4)  $3 \times 3$

2. Разложите вектор  $\bar{c} = (4; -2)$  по векторам  $\bar{a} = (-2; 1)$  и  $\bar{b} = (-1; 2)$ .

- 1)  $\bar{c} = 2\bar{a} - \bar{b}$
- 2)  $\bar{c} = -\bar{a}$
- 3)  $\bar{c} = \bar{a} + \bar{b}$
- 4)  $\bar{c} = -3\bar{a} + 2\bar{b}$

3. Дан определитель  $\begin{vmatrix} -2 & 1 & 10 \\ -3 & 4 & -8 \\ -1 & 3 & 5 \end{vmatrix}$ . Алгебраическое дополнение  $A_{23}$  равно:

- 1) 7
- 2) -1
- 3) 5

4) 16

4. Найдите площадь параллелограмма, построенного на векторах  $\vec{a} = (-3, 2, 1)$ ,  $\vec{b} = (2, 0, 3)$ .

1)  $\sqrt{173}$

2) 6

3)  $\sqrt{123}$

4) 57

5. В системе линейных алгебраических уравнений матрица  $A$ , это

1) побочная матрица системы

2) основная матрица системы

3) свободная матрица

4) союзная матрица

6. Если  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$  и  $B = \begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ , то  $3A+B$  равно:

1)

$$\begin{pmatrix} 0 & 6 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$$

2)

$$\begin{pmatrix} 0 & 6 \\ 1 & 11 \end{pmatrix}$$

3)

$$\begin{pmatrix} 6 & 0 \\ -1 & 7 \end{pmatrix}$$

4) -6

7. Дан определитель  $\begin{vmatrix} 4 & 5 & -6 \\ 2 & 7 & 1 \\ 3 & 4 & 5 \end{vmatrix}$ . Минор  $M_{32}$  равен:

1) 16

2) -8

3) -16

4) 4

8. Если  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$  и  $B = \begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ , то  $2A-3B$  равно:

1)

$$\begin{pmatrix} 11 & 4 \\ -3 & 0 \end{pmatrix}$$

2)

$$\begin{pmatrix} -7 & 4 \\ 3 & 12 \end{pmatrix}$$

3)

$$\begin{pmatrix} 11 & 4 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$$

4) 12

9. Найти скалярное произведение векторов  $\vec{c}$  и  $\vec{d}$ , если  $\vec{c} = \vec{a} - \vec{b}$ ,  $\vec{d} = \vec{a} + 2\vec{b}$ , и известно  $|\vec{a}| = 4$ ,  $|\vec{b}| = 2$ , угол между векторами  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  равен  $60^\circ$ :

1) 5

2) 2

3) 12

4) 13

10. Если  $\vec{a} = \vec{i} + 3\vec{j} - 4\vec{k}$ , то  $|\vec{a}|$  равен:

1)  $\sqrt{3}$

2) 0

3) 19

4)  $\sqrt{26}$

11. Найти  $\vec{a}\vec{b}\vec{c}$ , если  $\vec{a} = (1, -2, 1)$ ,  $\vec{b} = (4; 2; -3)$ ,  $\vec{c} = (7, -1, -1)$ .

1) 26

2) 17

3) 11

4) -24

12. Найти значение матричного многочлена  $f(A)$ , если  $f(x) = 4x^2 - 3x + 8$ ,  $A = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ .

1)

$$\begin{pmatrix} 5 & -17 \\ 2 & 10 \end{pmatrix}$$

2)

$$\begin{pmatrix} -4 & -5 \\ 15 & 6 \end{pmatrix}$$

3)  

$$\begin{pmatrix} 1 & -8 \\ 16 & 1 \end{pmatrix}$$

4)  

$$\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -5 & 6 \end{pmatrix}$$

13. Если точка  $A(1,-2,3)$ , точка  $B(3,2,-1)$  то длина вектора  $\overrightarrow{AB}$  равна:

- 1) 36
- 2) 4
- 3)  $\sqrt{20}$
- 4) 6

14. Определитель  $\begin{vmatrix} 0 & 2 & 1 \\ -1 & 3 & 4 \\ -11 & 2 & 6 \end{vmatrix}$  равен:

- 1) -28
- 2) 16
- 3) 20
- 4) -45

15. Если  $\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - 3\vec{k}$ , то  $|\vec{a}|$  равен:

- 1)  $\sqrt{22}$
- 2) 22
- 3) 4
- 4) 2

16. Из определения векторного произведения непосредственно вытекает следующее соотношение между ортами:

- 1)  $\vec{k} \times \vec{k} = \vec{k}^2$
- 2)  $\vec{k} \times \vec{i} = -\vec{j}$
- 3)  $\vec{k} \times \vec{i} = \vec{j}$
- 4)  $\vec{k} \times \vec{i} = 0$

17. Если вектор  $\overrightarrow{AB} = (4;-6;-2)$ , а точка  $B(1,-2,3)$ , то точка  $A$  имеет координаты:

- 1)  $A(3,-4,-5)$
- 2)  $A(5,-8,1)$
- 3)  $A(-2,2,8)$
- 4)  $A(-3,4,5)$

18. Определитель  $\begin{vmatrix} x & 1 & 2 \\ 0 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{vmatrix} = 12$ , при  $x$  равном:

- 1) 3

- 2)2
- 3)-2
- 4)7

19. В системе линейных алгебраических уравнений матрица  $A$ , это

- 1)свободная матрица
- 2)основная матрица системы
- 3)союзная матрица
- 4)побочная матрица системы

20. Если  $\vec{a}=(1,-2,3)$   $\vec{b}=(4,2,0)$ , то угол между векторами  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  равен:

- 1)  $45^\circ$
- 2)  $30^\circ$
- 3)  $90^\circ$
- 4)  $0^\circ$

21. В системе линейных алгебраических уравнений вектор-столбец  $B$ , это

- 1)вектор-столбец из свободных членов
- 2)вектор-столбец из неизвестных
- 3)основной вектор-столбец
- 4)вектор-столбец из коэффициентов

22. Вектор  $\vec{e}$  называется

- 1)единичным
- 2)нулевым
- 3)ортом
- 4)направленным

23. Из векторов  $\vec{a}=(-2, 4, 6)$   $\vec{b}=(3,2,-1)$   $\vec{c}=(3,6,-3)$  выберите тот вектор, который коллинеарен вектору  $\vec{l}=(1,-2,-3)$

- 1) только  $\vec{a}$
- 2) нет таких векторов
- 3) только  $\vec{c}$
- 4) только  $\vec{b}$

24. Найти скалярное произведение векторов  $\vec{c}$  и  $\vec{d}$ , если  $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$ ,  $\vec{d} = 2\vec{a} + \vec{b}$ , и известно  $|\vec{a}| = 2, |\vec{b}| = 1$ , угол между векторами  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  равен  $60^\circ$ :

- 1)8
- 2)11
- 3)12
- 4)2

25. Разложить вектор  $\bar{c} = (1; -2)$  по векторам  $\bar{a} = (4; -1)$  и  $\bar{b} = (3; -6)$ .

- 1)  $\bar{c} = \bar{a} + \bar{b}$
- 2)  $\bar{c} = 2\bar{a} - \bar{b}$
- 3)  $\bar{c} = -3\bar{a} + 2\bar{b}$
- 4)  $\bar{c} = \frac{1}{3}\bar{b}$

#### Практические задания

1. Исследовать на совместность систему 
$$\begin{cases} 2x + 4y = 10 \\ 0.5x + 2y = 5 \end{cases}$$

- 1) Совместна
- 2) Несовместна

2. Если точка  $A(1, -2, 3)$ , точка  $B(3, 2, 1)$  то вектор равен:

- 1) (2; 4; 24)
- 2) (2; 4; -2)
- 3) (2; 4; 24)
- 4) (2; 4; 4)

$$\begin{cases} 3x_1 - 5x_2 = 7 \\ 2x_1 + x_2 = -4 \end{cases}$$

3. Дана система ,  $x_2$  равно:

- 1) -1
- 2) 2
- 3) 1
- 4) -2

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ 9 & 10 & 11 & 0 \\ -1 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

4. Ранг матрицы равен

- 1) 4
- 2) 3
- 3) 1
- 4) 2

5. Если совместная система имеет единственное решение, она называется

- 1) равной
- 2) однородной
- 3) эквивалентной
- 4) определенной

6. Решите данную систему уравнений методом Крамера:

$$\begin{cases} 2x - 3y - 5z = 1, \\ 3x + y - 2z = -4, \\ x - 2y + z = 5. \end{cases}$$

7. Данную систему уравнений:

а) записать в матричной форме и затем решить с помощью обратной матрицы;

б) решить методом Гаусса

$$\begin{cases} 4x_1 + 5x_3 = 8, \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 = 3, \\ x_1 + 3x_2 = -1. \end{cases}$$

8. Исследуйте данную систему уравнений на совместность с использованием теоремы Кронекера-Капелли и решите её, если она совместна:

$$\begin{cases} 5x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 2, \\ 2x_1 + x_2 = 8, \\ 8x_1 - 5x_2 + 2x_3 = -4. \end{cases}$$

9. Даны координаты вершин треугольника  $ABC$ :  $A(-9; -4)$ ,  $B(2; -10)$ ,  $C(2; 8)$ .

Найти:

- 1) длину стороны  $AB$ ;
- 2) уравнения сторон  $AB$  и  $BC$  и их угловые коэффициенты;
- 3) угол  $B$  в радианах с точностью до двух знаков;
- 4) уравнение высоты  $CD$  и ее длину;
- 5) уравнение медианы  $AE$  и координаты точки  $K$  пересечения этой медианы с высотой  $CD$ ;
- 6) уравнение прямой, проходящей через точку  $K$  параллельно стороне  $AB$ ;
- 7) координаты точки  $M$ , расположенной симметрично точке  $A$  относительно прямой  $CD$ .

10. Даны координаты вершин пирамиды  $ABCD$ :  $A(4; -5; 3)$ ,  $B(13; 5; -8)$ ,  $C(2; 19; -7)$ ,  $D(5; -9; 12)$ . Требуется:

- 1) записать векторы  $\overrightarrow{AB}$ ,  $\overrightarrow{AC}$  и  $\overrightarrow{AD}$  в системе орт и найти модули этих векторов;
- 2) найти угол между векторами  $\overrightarrow{AB}$  и  $\overrightarrow{AC}$ ;
- 3) найти проекцию вектора  $\overrightarrow{AD}$  на вектор  $\overrightarrow{AB}$ ;
- 4) найти площадь грани  $ABC$ ;
- 5) найти объем пирамиды  $ABCD$ .

11. Даны координаты точек  $A$ ,  $B$  и  $C$ :  $A(17; -4; 9)$ ,  $B(8; 5; 9)$ ,  $C(3; -5; 1)$ .

Требуется:

- 1) составить канонические уравнения прямой  $AB$ ;
- 2) составить уравнение плоскости, проходящей через точку  $C$  перпендикулярно прямой  $AB$ , и точку пересечения этой плоскости с прямой  $AB$ ;
- 3) найти расстояние от точки  $C$  до прямой  $AB$ .

12. Даны координаты точек  $A$ ,  $B$ ,  $C$  и  $M$ :  $A(-9; -2; -6)$ ,  $B(-7; 5; -7)$ ,  $C(9; 0; 3)$ ,  $M(-1; 3; 0)$ . Найти:

- 1) уравнение плоскости  $Q$ , проходящей через точки  $A$ ,  $B$  и  $C$ ;

- 2) канонические уравнения прямой, проходящей через точку  $M$  перпендикулярно плоскости  $Q$ ;
- 3) точки пересечения полученной прямой с плоскостью  $Q$ ;
- 4) расстояние от точки  $M$  до плоскости  $Q$ .

**13. Составить уравнение геометрического места точек, равноудаленных от данной точки  $A(7; 9)$  и данной прямой  $y = 3$ . Полученное уравнение привести к простейшему виду и затем построить кривую.**

**14. Даны точки  $A(5; -9)$ ,  $B(2; \sqrt{7})$  и радиус окружности  $R = 3\sqrt{5}$ , центр которой находится в начале координат. Требуется:**

- 1) составить каноническое уравнение эллипса, проходящего через данные точки  $A$  и  $B$ ;
- 2) найти полуоси, фокусы и эксцентриситет этого эллипса;
- 3) найти все точки пересечения эллипса с данной окружностью;
- 4) построить эллипс и окружность.

**15. Найти действительные числа  $x$  и  $y$  из уравнения:  $(x - y) + (3x + y)i = 3 - 3i$**



#### **4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций**

##### Средство оценивания: устный опрос МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ

Экспресс - быстрый, безостановочный; удобная форма промежуточного контроля знаний. Главное преимущество – занимает мало времени от 5 до 7 мин., при этом в зависимости от количества вопросов (оптимальное 10), позволяет проверить большой объем и глубину знаний. Быстрая проверка, еще один плюс. Учащиеся сразу могут проверить правильность выполнения работы (правильные ответы могут быть просто открыты на об-ратной стороне доски). Экспресс-опрос проводится несколько раз за тему, что позволяет диагностировать, контролировать и своевременно корректировать усвоение материала в ходе его изучения, а не после, что значительно повышает эффективность обучения и закрепляет знания учащихся.

##### Средство оценивания: тест МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ ТЕСТОВЫХ ЗАДАНИЙ

Непременной сопутствующей процедурой преподавания любой дисциплины являлся контроль уровня усвоения учебного материала. В настоящее время среди разнообразных форм контроля в учебном процессе стали активно применяться тестовые задания, которые позволяют относительно быстро определить уровень знаний студента. Тестовые задания является одной из наиболее научно обоснованных процедур для выявления реального качества знания у испытуемого студента. Впрочем, тестирование не может заменить собой другие педагогические средства контроля, используемые сегодня преподавателями. В их арсенале остаются устные экзамены, контрольные работы, опросы студентов и другие разнообразные средства. Они обладают своими преимуществами и недостатками и по-этому они наиболее эффективны при их комплексном применении в учебной практике.

По этой причине каждое из перечисленных средств применяется преподавателями на определенных этапах изучения дисциплины. Самое главное преимущество тестов – в том, что они позволяют преподавателю и самому студенту при самоконтроле провести объективную и независимую оценку уровня знаний в соответствии с общими образовательными требованиями. Наиболее важным положительным признаком тестового задания является однозначность интерпретации результатов его выполнения. Благодаря этому процедура проверки может быть доведена до высокого уровня автоматизма с минимальными временными затратами. При проведении тестирования степень сложности предлагаемых вопросов определяются преподавателем в зависимости от уровня подготовленности группы.